Rechenrätsel in alten Klosterschulen.

Von **P. Ambros Sturm O. S. B.**

Zu den freundlichsten Denkmälern des Unterrichtsbetriebes in den Schulen der angelsächsischen Benediktiner zählt eine Sammlung von Rechenaufgaben unter dem Titel: „Propositiones ad acuendos sensus iuvenum.“ [1]) Man findet sie sowohl in den Ausgaben der Werke Bedas als auch Alkuins abgedruckt. [2]) Doch hat Giles nachgewiesen, daß sie höchst wahrscheinlich Alkuin zuzuschreiben sei. [3]) Gleichwohl hat sicher schon Beda derartige Aufgaben zu Unterrichtszwecken ersonnen und gesammelt, ebenso auch seine Schüler und Freunde Egbert und Aelbehrt in York, deren Schüler hinwieder Alkuin war. So wurden die „propositiones“ in den Schulen gangbar und allgemein bekannt.

Kirchliche Vorschriften und praktische Erfordernisse erheischten von den Geistlichen immer ein gewisses Maß mathematischer Kenntnisse. Schon der hl. Augustinus verlangt von jedem Geistlichen, der dieses Namens wert sein will, daß er die Berechnung der kirchlichen Festordnung kenne. [4]) Diese ratio temporum, deren Mittelpunkt die Berechnung des Osterfestes, der computus paschalis, bildete, war aber gerade für die angelsächsische Kirche von besonderer Bedeutung, da sie Ostern, abweichend von der alten irischen Kirche, nach römischer Uebung berechnete. König Oswin entschied nach einer öffentlichen Disputation (im Jahre 664) zugunsten der römischen Auffassung. Solche Vorgänge erhöhten naturgemäß die Wertschätzung mathematischer Studien.

---

[1]) S. Günther, Geschichte des mathematischen Unterrichtes im deutschen Mittelalter. Berlin 1887, S. 31 ff. — M. Cantor, Geschichte der Mathematik I. Bd., 2. Aufl., Leipzig 1894, S. 786 ff.

[2]) Beda, Kölner Ausg. (1688), S. 101 ff.; Migne patrol. lat., vol. XC, p. 667. — Alkuin, ed. Frobenius II, 440—448.

[3]) Giles, Bedae opp., London 1843, Bd. VI, Vorrede S. 13.

[4]) Durandus, rationale div. offic. VIII c. 1.

Dazu kamen aber noch die persönlichen wissenschaftlichen Neigungen der Männer, die auf die Einrichtung der Klosterschulen maßgebenden Einfluß ausübten. Schon Bischof Theodor von Canterbury, den Papst Vitalian der nunmehr geeinten Kirche als Oberhaupt gesandt hatte, sah strenge darauf, daß in diesen Schulen auch Metrologie, Astronomie und kirchliche Festordnung gelehrt werde. Hervorragende Lehrer, wie Beda und Alkuin, wirkten in gleichem Sinne und verbreiteten durch ihre Schüler und durch ihre Schriften eine gewisse Vorliebe für mathematische Betätigung weithin über England, Frankreich und Deutschland.

Diese erprobten Lehrer wußten nicht bloß die praktische Brauchbarkeit der Rechenkunst zu schätzen, sondern sie besaßen auch mathematische Einsicht und Schulung genug, um den Wert dieser Disziplin für die formale Geistesbildung zu verstehen, und ihr daher einen Platz unter den allgemeinen Bildungsmitteln einzuräumen.[1])

Das bestätigen uns die „Propositiones ad acuendos sensus iuvenum", deren Ziel Schärfung der Urteilskraft, Beweglichkeit des Geistes bildete. Entnommen den verschiedensten Gebieten der Natur und des Lebens, eröffneten sie zugleich dem jugendlichen Geiste Ausblicke in das weite Gebiet, in dem die Zahl ordnend und regelnd waltet.

Auch wird der erfahrene Lehrer mit Befriedigung wahrnehmen, daß die jugendfreundlichen Sammler dieser Probleme es nicht unterließen, hie und da einen Strahl heitern Humors in der ernsten Schulstube aufleuchten zu lassen.

Entsprechend dem damaligen Unterrichtsbetriebe waren die Aufgaben möglichst durch Kopfrechnen zu lösen, und wurden daher gewöhnlich als „aenigmata" bezeichnet und behandelt mit der häufigen Schlußformel: „dicat, qui potest", „dicat, qui velit."[2]) Bei den komplizierten Problemen er-

---

[1]) Es ist zu beklagen, daß diese Gelehrten auf einige dürftige, von Römern verfertigte Auszüge aus griechischen Mathematikern angewiesen waren, die an Umfang und Bedeutung weitaus nicht dem Schatze mathematischer Kenntnisse gleichkommen, den die Griechen von den Aegyptern und Babyloniern überkommen hatten. Es gab zwar in den damaligen Klöstern Mönche genug, die der griechischen Sprache kundig waren, aber unter den griechischen Autoren, die sie durch römische Vermittlung erhielten, befanden sich keine Mathematiker.

[2]) Während den „propositiones ad acuendos sensus iuvenum" in der uns vorliegenden Gestalt sozusagen noch der Schulstaub anhaftet, ist eine andere, jüngere Sammlung sorgfältiger redigiert. (Annales Stadenses ad a. 1152. Herausgegeben von Jo. M. Lappenberg in den Monum. Germ. hist. Script. XVI. p. 271 sqq.) Hier sind die Aufgaben, einem damals beliebten Brauche entsprechend, in eine kleine Rahmenerzählung gefaßt, wodurch die Darstellung dramatische Lebendigkeit gewinnt: „Eodem tempore sederunt duo iuvenes litterati, curiales et curiosi, in vigilia nativitatis Domini, inter se invicem per problemata disceptantes. Unus Firri, alter Tyrri vocabatur." Die Aufgaben selbst schließen sich eng an die „propositiones" an, mit denen sie zum Teile wörtlich übereinstimmen.

scheint es allerdings wünschenswert, gewisse Zwischenresultate nicht bloß dem Gedächtnisse zu überlassen, sondern auch anderweitig festzuhalten. Dazu diente die Fingerrechnung, die von Beda ausführlich gelehrt wird, und nicht so sehr in einer Rechnung, als in einer Darstellung der Zahlen durch verschiedene Stellung der Hände und Finger besteht.

Wir finden in der Zusammenstellung Aufgaben arithmetischen, algebraischen, geometrischen und metrologischen Inhaltes, daneben auch gewöhnliche Rätsel. Manche derselben lassen sich auf römische Quellen zurückführen, manchen Doppelgänger treffen wir auch in ähnlichen Sammlungen der griechischen und indischen Literatur an. Viele zeigen eine unverwüstliche Lebenskraft im Volksmunde und in den Aufgabenbüchern, wo wir sie in der Form sogenannter eingekleideter Gleichungen noch heute vorfinden.

Die Anforderungen, die an das mathematische Wissen gestellt werden, sind bescheiden: Die vier Rechnungsarten, hauptsächlich in ganzen Zahlen; Behandlung der Gleichungen des ersten Grades; Kenntnis einiger bei den praktischen Feldmessern gebräuchlichen Formeln. Doch gehen manche der Aufgaben über das gewöhnliche Elementarrechnen jener Zeit hinaus, erscheinen aber der Uebung in scharfsinniger Dialektik angemessen. Von der Art sind mehrere, nicht ganz einfache Aufgaben, gedachte Zahlen zu erraten; z. B. die gedachte Zahl soll verdreifacht, dann zweigeteilt werden. Sind die Teile gleich, so soll einer verdreifacht, sind sie ungleich, so soll der größere verdreifacht werden. So oftmal in dem Resultate 9 enthalten, so oftmal 2 gibt die gedachte Zahl. Bleibt aber ein Rest (der nur 6 sein kann), so hat man zum verdoppelten Quotienten noch 1 zu addieren. Oder: Quomodo divinandum sit, qua feria septimanae quilibet homo quamlibet rem fecisset. Man verdopple die Zahl, addiere 5, multipliziere mit 5, multipliziere mit 10. Das Resultat ist anzugeben. Subtrahiert man 250 und läßt die 2 Nullen weg, so hat man die Zahl des Wochentages.

Artig ist die Aufgabe von den zwei Schlauköpfen, die um 100 solidi Schweine kauften, je 5 zu 2 solidi. Die gekauften 250 Schweine teilten sie in zwei gleiche Herden, verkauften wieder je 5 um 2 solidi und machten dabei ein gutes Geschäft. Wie stellten sie das an? Der eine trieb die 125 fetteren Schweine und verkaufte je 2 um 1 solidus, der andere verkaufte von den 125 minder fetten je 3 um 1 solidus. Also verkauften sie je 5 um 2 solidi. Als aber jeder 120 verkauft hatte, war der Einkaufspreis bereits hereingebracht, und es blieben ihnen noch 10 Schweine als Gewinn.

Eine einfache Aufgabe zahlentheoretischer Natur verlangt, daß 300 Schweine in 3 Tagen geschlachtet werden sollen, aber jedesmal eine ungerade Anzahl. Da nun der Schüler wissen soll, daß die Summe dreier ungerader Zahlen immer ungerade ist, so heißt es: Haec ratio indissolubilis ad increpandum composita est.

Zahlreich sind die Aufgaben von folgender Art: Quidam vir ambulans per viam, vidit sibi alios homines obviantes et dixit eis: Utinam fuissetis alii tantum, quanti estis, et medietas medietatis, et rursus de medietate medietas, tunc una mecum centum fuissetis. Dicat, qui vult, quot ab illo visi fuerunt. Oder in folgender Form: Quidam puer salutavit patrem: Ave, inquit pater. Cui pater: Valens, fili, quantum vixisti: Quos annos geminatos triplicabis, et sume unum de annis meis, et habebis annos centum. Dicat, qui valet, quot annorum tunc ipse puer erat.[1])

Lebhaft fühlen wir uns an unsere modernen Schulbücher erinnert, wenn wir auf Beispiele stoßen, wie das de duobus hominibus boves ducentibus: Duo homines ducebant boves per viam, e quibus unus dixit alteri: Da mihi boves duos et habebo tot boves, quot et tu habes. At ille ait: Da mihi et tu boves duos, et habebo duplum, quam tu habes. Dicat, qui velit, quot boves fuerunt, quot unusquisque habuit. Oder de cursu canis et fuga leporis. Est campus, qui habet in longitudine pedes centum quinquaginta. In uno capite stabat canis, et in altero lepus. Promovit nempe canis ille post leporem currere. Ast ubi canis faciebat in uno saltu pedes novem, lepus transmittebat septem. Dicat, qui velit etc.

---

[1]) Diese Aufgabe scheint sich einer besonderen Beliebtheit erfreut zu haben. So finden wir in einem Codex saec. 14 des Stiftes St. Florian: Epitaphium Augustini super sepulchrum Adeodati:

Si quantum vixit, tantum vixisset, itemque
Tantum, tantique dimidium, super hoc
Dimidium quoque dimidii, centennis hic esset.

Oder: De puero interfecto a colubre:
Si tantum vixisses, fili mi,
quantum vixisti, dulcissime,
iterum tantum et medium,
annumque unum expleveras,
centum annorum extiteras.

Daß die Aufgabe auch heute noch im Volke lebt, bestätigt Hermann Urtel, der in der Beilage zur Allg. Zeitung (1906, S. 278) erzählt, daß ihm im Vogesentale die Scherzfrage im Patois vorgelegt wurde: Ein Jäger schreitet über den Acker, auf dem eine Rabenschar sitzt. Guten Tag, ihr hundert Raben, ruft er hinüber. „Du irrst dich Jäger, wir sind nicht hundert, lange nicht!“ Wie viel seid ihr denn? Nun, die Menschen sind ja schlau, also rate nur: Nimm unsre Zahl, dann noch einmal, dann die Hälfte dazu, dann das Viertel, dazu noch du und hundert sind sie im Nu!“

Wir finden in unserer Sammlung auch die ältesten mittelalterlichen Beispiele unbestimmter Gleichungen.[1]) Quidam pater familias habuit familiares C, quibus praecepit dare de annona modios C, eo vero tenore, ut viri acciperent modios ternos et mulieres binos et infantes singula semodia. Dicat ergo, qui valet, quot viri, quot mulieres, aut quot infantes fuerunt. Von den sechs Lösungen ist nur eine gegeben: 11 Männer, 15 Frauen, 74 Kinder. — Voluit quidam emere animalia promiscua C de solidis C, ita ut equus tribus solidis emeretur, bos vero in solido uno, et XXXIII oves in solido uno. Dicat etc. — Quidam episcopus iussit panes XII in clero dividi. Praecepit sic, ut singuli presbyteri binos acciperent panes, diaconi dimidium, lector quartam partem. Ita tamen fiat, ut clericorum et panum unus sit numerus. Etc.

Eine in den späteren Aufgabensammlungen sehr beliebte und noch heute im Volksmunde lebende Frage ist folgende: Quidam pater familias moriens divisit in hereditatem tribus filiis suis XXX ampullas vitreas, quarum X fuerunt plenae oleo, aliae X dimidiae, et tertiae X vacuae. Dividat, qui potest, oleum et ampullas, ut unicuique aequaliter obveniat tam de vitro quam de oleo. Von den 5 Lösungen ist nur die einfachste gegeben.

Die Sammlung bietet ferner Beispiele für die Teilung von Zahlen nach gegebenem Verhältnisse (Gesellschaftsrechnung). Zu den schwierigeren Fragen dieser Art gehört eine Erbteilung, die jedenfalls aus römischen Quellen stammt. Ein Sterbender verordnet, falls seine Witwe einen Sohn gebäre, solle sie $^3/_{12}$, der Sohn aber $^9/_{12}$ seines Vermögens erhalten; gebäre sie aber eine Tochter, so soll diese $^7/_{12}$, die Witwe aber $^5/_{12}$ erhalten. Nun gebar sie aber Zwillinge, einen Sohn und eine Tochter. Wie ist das Vermögen zu teilen? Diese Frage beschäftigte schon die Juristen der Kaiserzeit.[2]) Allerdings ist Alkuins Lösung, daß der Sohn $^9/_{24}$, die Mutter $^8/_{24}$, die Tochter $^7/_{24}$ erhalten solle, so verkehrt als möglich, und beweist, wie fremd die römischen Rechtsanschauungen dem germanischen Geiste waren.

Eine hübsche Aufgabe über die arithmetische Reihe ist folgende: Eine Stiege hat 100 Stufen, auf der 1. Stufe sitzt eine Taube, auf der 2. zwei, auf der 3. drei u. s. f., auf der 100. hundert. Der Verfasser addiert die Zahl der Tauben der

---

[1]) Solche Aufgaben behandelte der griechische Mathematiker Diophantus (Ende des 4. Jahrh. n. Chr.). Doch ist nicht anzunehmen, daß die Verfasser unserer Sammlung seine Schriften kannten.

[2]) Lex 13 principio. Digestorum lib. XXVIII, tit. 2. – Lex 47, § 1. Digest. lib. XXVIII, tit. 5. – Lex 81 principio. Digest. lib. XXVIII, tit. 5.

1. und 99. Stufe, der 2. und 98. u. s. f. zu je 100, gibt 5×100, dazu die 50 der 50. Stufe, macht 5050 Tauben. — Eine geometrische Reihe ist dargestellt durch die Aushebung eines Heeres aus 30 Städten, wobei aus der 1. Stadt 2, und aus jeder folgenden doppelt so viel, als aus der vorhergehenden, ausgehoben werden.

Hin und wieder ist auch eine Scherzaufgabe eingestreut nach Art des bekannten Rätsels de lupo et capra et fasciculo caulis, die der Ferge eins nach dem andern ungefährdet über den Fluß führen soll.

Die geometrischen Fragen erstrecken sich hauptsächlich auf verschiedene Flächenberechnungen: Wie viele Häuser von gegebenen Dimensionen enthält eine rechteckige Stadt, wie viele Fässer ein Keller, wie viele Schafe ein Stall? Ein rechteckiges Tuch ist in Teile zu zerlegen, der Fußboden einer Basilika mit Ziegeln zu belegen. Felder in Form von Rechtecken, Dreiecken und Kreisen sind zu berechnen. Einmal handelt es sich um ein Feld, das eine hügelförmige Gestalt hat (campus fastigiosus). Alle diese geometrischen Berechnungen erfolgen nach den Methoden der römischen Agrimensoren, die an Genauigkeit nichts zu wünschen übrig lassen.