Die Benediktiner als Architekten bis in die Zeit der Gotik. Ihr Werkschuh zu O. 3329 M.

Von **Professor B. Hanftmann, Erfurt-Würzburg.**

Die nachstehenden Ausführungen bringen nur das Unentbehrliche zur Aufdeutung meiner Untersuchungen und der ihnen folgenden Erkenntnisse. Die erschöpfende Behandlung würde ein Buch beanspruchen. Es war aber schon ein halbes Menschenalter daran zu wenden, bis der Stoff seine sicheren Grundlagen hatte. Die Geschichte seitheriger Untersuchungen und ihre Hinfälligkeit bei rechnerischer Nachprüfung waren nicht ermutigend. Erst als mir der um 1030 begonnene Dom zu Würzburg und der alte Dom zu Aachen die gleiche Maßeinheit zeigten, ging ich aus fertiger Ablehnung zu neuer Forschung über[1]. Die Arbeit schien uferlos, aber sie gelang.

Wenn man sieht, wie solchen Untersuchungen Planbilder kleinster Maßstäbe bis herab zu 1:1000 untergelegt werden, die schließlich jede gewünschte Linienbedeutung bestätigen; wie man dabei z. B. ein und zwei Meter starke Mauern linear schematisch nimmt; bald beliebige Höhenkanten anwinkelt und akzessorische Ausgestaltungsteile heranholt, so daß es irgendwie stets „stimmen" muß — dann begreift man die entschiedene Ablehnung der Versuche durch Leute wie den vielgewandten klugen Mothes und den unvergeßlichen Franz Xaver Kraus. Den Gipfel leichtfertigen Untersuchens und Urteils bedeutet die Mißhandlung des Planes von Sankt Gallen, dem meine Ausführungen nachdrücklich zu seinem Recht verhelfen[2].

Die Versuche sind von vornherein an der Tatsache gescheitert, daß die Festlegung von Baugrößen nur durch die unerbittliche Zahl (rechnerisch, nicht mathematisch gemeint) bestimmt

---

[1] Dabei ist die äußere Langhausbreite in Würzburg gleich dem Durchmesser des Aacher Rundes.

[2] Der Benediktiner Odilo Wolff hat an sein Werk „Tempelmaße", Wien 1912, viel ehrliche Sorgfalt gewandt. Aber seine Unterlagen waren unzuverlässig, und der Werkschuh, ohne den alle Mühe vergeblich, war ihm unbekannt. So kam er bloß auf die Figurierung der Entwürfe, die, ohne Einstellung auf die Zahl, meist mit dem Befund nichts zu tun hat.

werden kann, bei der auch die Bruchteile größte Geltung haben, und daß dazu vor allem das Einheitsmaß gehört, mit dem der Planfertiger, der Träger der symbolischen und Zahlenidee des Baues, gearbeitet hat.

Es war wohlfeil, bei der Untersuchung auf Triangulaturen mancher Art zu geraten, da unsere Zeichenwerkzeuge seit den Anfängen der Mathematik und zeichnerisch bestimmten Bauübung auf den sechsteiligen und vierteiligen Kreis eingerichtet sind. Aber sie sind wertlos abseits der Bauvernunft, d. h. bei Aufzeigung von Größen, deren Errechnung sie nicht gestatten.

In platonischen Vorstellungen befangen, verfiel man daneben auf das Verlangen nach Harmonie (Proportion, Verhältnis, Ebenmaß), die sich mit Handhabung rezeptiver Regeln automatisch einstellen müsse. Hierher gehört das Unglückswort, daß Architektur gefrorene Musik sei. Man hat vergeblich versucht, es den Alten unterzuschieben, es entstammt den gleichen romantischen Ideengängen des 19. Jahrhunderts, die auch die Mär vom Goldenen Schnitt in der Baukunst auf dem Gewissen haben[1] (Goethe soll es von Schelling haben).

Proportion in solchem Sinn gibt es aber bloß mit Einordnung des Einzelnen ins Ganze. Die Schönheit der Erscheinung ist freie Tat. Man gebe z. B. dem Kölner Dom alles zu, was ihm gebührt: so schönheitseindringlich, wie die Schwärmer für lexikal ausgereifte Massengotik behaupten, ist er nicht.

Tatsächlich ist bei den 20 von mir untersuchten Bauten aus dem 9. bis ins 13. Jahrhundert keine Proportionalität linearer oder rechnerischer Art nachweisbar. Freilich ist das Wort Proportion in der Auslegung umstreitbar wie der Logos. Es beweist nichts, wenn irgendwo das Hauptschiff die doppelte Zahl der Breite als Länge hat oder in irgendeinem Zahlenspiel zu den Seitenschiffen steht, u. v. a. m. Auch erklärt sich sehr natürlich die Fruchtlosigkeit solcher mechanischer Mühen auf die Wirkung. Die Luft und die optischen Belange haben selbsttätige Einflüsse. Jeder Gesimsvorsprung alteriert hinter dem Sehstrahl das Maß, und der Standpunkt verschiebt es. Nachfolgende Höhen müßten gegen untere sorgfältigst abgewogen werden, und da hilft kein Proportionsrezept. Geschmack, Blick und Gefühl sind bestimmend, dazu Zeitmeinung und -übung. Da die ersten drei, mit der Erfahrung zusammen, das Recht des Schaffenden bestimmen, aber den Minderbefähigten im Stich lassen, ist dieser frühzeitig auf das verfallen, was wir eben Rezepte heißen. Dagegen bestimmt die Zeitmeinung (eine absolut gültige gibt es nicht) Dinge wie den Vertikalismus

[1] Über die Hinfälligkeit der Annahmen zum Goldenen Schnitt weiter unten.

und Horizontalismus, mit denen die pseudoästhetische Gesprächigkeit übrigens auch genug Unfug getrieben hat.

Und doch hatten sich die Planfertiger damals die Hände gebunden und derart in die Unfreiheit begeben, daß uns die Beschränktheit, in der sich da der Meister zeigen zu müssen meinte, staunenswert ist.

Die pythagoräische, im Ursprung sicher noch weiter östlich zu suchende Hingabe an die Zahl als das Maß für alle sinnlichen und übersinnlichen Dinge[1] (man verstehe wohl: die Zahl als Bezeichnungswert) traf sich mit der teleologischen Behauptung: *Ἀεὶ ὁ θεὸς ἀριθμετίζει* und *Ἀεὶ ὁ θεὸς γεωμετρεῖ* — der Gottheit Tun ist Rechnen, der Gottheit Tun ist Messen —. Das ist, zusammengefaßt, nichts anderes als der pythagoräische Begriff, der, modern gesprochen, die algebraische Geometrie kosmisch vergöttlicht und sie als Eurhythmos tellurisch gelten läßt.

Und also mußte, was Gott zu dienen hatte und unter seinem Schutz und Willen Bestandessicherheit heischte, nach den ewigen Gesetzen hergestellt werden, die der Gottheit waren, von ihr kamen und ihr dienten. Sie waren Geist und Tat von den ihrigen, und sie selbst war die Eurhythmie. Kritisch genommen, ist das heut noch der Bann der Menschheit, den kein Rationalismus lösen wird. Von der Menschheit Anfängen her hat er sich in überirdisch ausgedeuteten Symbolen figuriert. Wollte man sie alle aufzählen, es wäre kein Fertigwerden. Hier denke man zunächst an den Sechsstern als Bild der Sonne, Sinnbild der Sonnengottheit und Christi (für Apollon), an das Fünfeck als das Urbild der Erkenntnis: beide Vielecke als Zeicheninbegriffe des Guten und Göttlichen, deshalb auch als Schutzmittel gegen deren Widersächliches (Hexen, Hagel usw.). Das Viereck und das Dreieck, Zwölfeck, Zehneck usw. sind jenen beiden invertiert.

Es versteht sich von selbst, daß die ordnungsgemäße Handhabung solcher Zahlengeometrie nur durch Gebildete stattfinden konnte. Gebildet sein hieß Philosoph sein, der Philosophie Grundlage war die Mathematik.

Man hat gelegentlich viel Mühe daran geschwendet, das Entwurfswesen auch für jene Zeit dem Laienbaumeister zuzusprechen, in der es von je als ausschließliche Mönchstat galt, gleich allem, was damals Bildung und Kunst, ja selbst gutes Handwerk bedeutete. Als Berufsarchitekt gäbe ich der Aufstellung gern recht, aber sie ist irrig.

---

[1] Ich verweise für das Gesamte meiner bezüglichen Ausführungen auf das treffliche Werk von Willmann, Geschichte des Idealismus, zunächst Bd. 1.

Die handwerklichen Magisterien, die der große Karl in seine Villenwirtschaft einordnete, und die noch in den Ausgängen der römischen Wirtschaft nachgewiesen sind, gehen auf die Eindeckung des örtlich gebundenen Haus- und Gutsbedarfs; hören wir dagegen den ganz aufgeklärten v. Hellwald in seiner vornehm-materialistischen Kulturgeschichte von 1875:

Unwissend wie das damalige Mönchstum war, die Menge des Volkes war noch viel umwissender. Der Wohlstand der Klöster erlaubte zudem ihren Insassen, den Geist in anderer Weise als mit Beschaffung der nötigen Existenzmittel zu beschäftigen. Es gingen daher bis zum elften Jahrhundert fast alle industriellen Erfindungen und Verbesserungen von den Klöstern aus, die wissenschaftliche und künstlerische Technik wurde dort noch mehrere Jahrhunderte lang ausschließlich gepflegt (Seite 574).... In den Klöstern also konnten sich die Gewerbe am besten entwickeln, da ihnen hier die ganze Wissenschaft, worüber das Zeitalter verfügte, zu Hilfe kam.

Buchen wir den abwegigen Anfangssatz mit dem Schlußsatz weg, so haben wir da mehr festgestellt als wir brauchen. Für das Bauwesen sei allerdings das Zugeständnis gemacht, daß der Zimmermann durchaus im Volk saß und blieb[1]).

*

Das Steinbauwesen, bezeichnenderweise auch das für den Profanzweck, hat seine Pläne bis ins 13. Jahrhundert (deutsche Verhältnisse angenommen) von den Benediktinern bezogen (gegen die Verallgemeinerung auf andere Observanzen vgl. die Ausführungen zum Plan von St. Gallen). Sie hatten, in Erbschaft aus der spätantik-christlichen Zeit mit steter Weiterpflege und Geheimhaltung des mathematisch-technischen Rüstzeugs ohne Zweifel das Monopol: eine in den Dingen gründende Selbstverständlichkeit, denn wer Bildung wollte, konnte sie bloß bei ihnen holen, enger gesprochen: Gebildet sein, hieß Benediktiner sein. Nimmt man z. B. Karls Geheimschreiber Eginhart wirklich, wie es gemeldet ist, als Erbauer, d. h. Entwerfer seiner Familienkirche zu Steinbach im Odenwald an, so würde das schlechthin bedeuten, daß er auch in Baukenntnissen bei den Leuten Sankt Benedikts in die Schule gegangen war. Ich bezweifle das, denn die Aufrollung der Methode wird zeigen, daß sie ein Sonderstudium bedingte, das in Überlieferungen stak, die ihre Träger nach außen kaum preisgaben. Damit, und nicht mit handwerklichen Kenntnissen hängt es zusammen, wenn Klosterleute als große Bauleute überliefert werden, z. B. der Abt Poppo von Stablo. Er war, gleich andern seiner Observanz, jedenfalls ein ausgezeichneter Mathematiker.

Das Monopol der Benediktiner scheint, abgesehen von unten behandelten Dingen, durch den Hohenstaufer Friedrich II.

---

[1] Vgl. mein Buch: Hessische Holzbauten, Marburg 1907.

gelockert worden zu sein. Er begünstigte in großem Umfang und mit umfänglichster Auswirkung den Zuzug der Zisterzienser, die, bei unerhörter Neubautätigkeit, eine ungebundene freie Baumethode aus Frankreich-Burgund mit sich brachten und mit ihr alsbald auch in den allgemeinen Bedarf übergriffen.

So bleibt bis ins 13. Jahrhundert alle Planungsmethode benediktinisch. Sie ist im Grunde altes Gemeingut der antiken Bautheoretiker, zu denen hochgekommene Unternehmer-Außenseiter vom Schlag Vitruvs nicht zu rechnen sind[1]. Wenn der Satz nicht zu bestreiten ist, daß für die hier abgewandelte Zeit die benediktinische Bildung die Bildung schlechthin war, so ist danebenzustellen, daß zur Zeit der Ordensgründung, die dann den Geist der gesamten Kulturwelt beherrschen sollte, das Bildungsuniversale gleichbedeutend war mit Alexandrinisch. Alexandrinisch fortgeerbt ist das gesamte Planungswesen vom 9. bis ins 13. Jahrhundert nach seinen Linien- und Zahlengrundsätzen, Figurierung und Zahlensymbolik, eingeschlossen allen guten und abwegigen Mystizismus, der auch als Wissen galt.

Alexandrinisch ist erst recht der von den Benediktinern während der gesamten angegebenen Zeit gebrauchte Einheitsfuß zu 0,3329 m. Er galt vom Mittelmeer bis in die Nordländer (Skandinavien, England). Der römische Fuß zu 0,296 m hatte keine Geltung, es sei denn, daß er in Umrechnung für die Werkleute am Bau eingerichtet worden wäre. Ich bezweifle das[2].

*

Das Bauwesen seit Karl dem Großen ist nicht ausschließlich über die Alpen zu uns gestiegen. Strzygowski hat in der Zeit, da er uns viel versprach, flammend in diesen lang fortgeschleppten Irrtum hineingeleuchtet und auch dargetan, daß der Aacher Dom nicht auf italische, sondern ostländische Baukultur zurückgeht. Aus seiner Schrift über den Dom zu Aachen und seine Entstellung, 1904, S. 24, sei angeführt:

> Die christlichen Bautypen an sich aber sind in ihrer reichen Mannigfaltigkeit fast alle zusammen vom eigentlichen und hellenischen Orient aus importiert worden.

Es versteht sich, daß mit den Gestaltungsideen auch die Methoden der Verwirklichung auf die Wanderschaft gingen. Die Schwierigkeiten, mit denen man sich selbst die Hände band,

---

[1] Solche Leute hatte auch die geheimwirtschaftliche Gotik, und auch sie hatten das Bedürfnis, ihre schmalen Kenntnisse zu veröffentlichen, siehe den regensburgischen Roritzer.

[2] Über beurkundete Hinterlassung des Normalfußes zu 0,3329 siehe meinen Aufsatz im Archiv d. Histor. Vereins für Unterfr. u. Aschaffenburg 1930, S. 364 unten.

verlangten ja geradezu organisierte, aus den Ursprüngen geschulte Bearbeitungszentralen. Die konnten nur benediktinisch sein, und sie waren Schulen im strengen Sinne des Wortes. Denn die ganze Unterweisung hatte von der elementaren Rechen- und Figurenkunst euklidisch-pythagoräischen Umfanges auszugehen: als einer Disziplin quadrivischer Bildung.

Wir im geographischen Deutschland von heute haben sicher die Erstlinge unserer Steinbaukultur des 8. und 9. Jahrhunderts aus zweiter Hand. Sie kamen aus dem mehr vorgeschrittenen, länger und nachdrücklicher verchristlichten Frankenreichsteil jenseits des Rheins, wozu ganz nächstliegend die Gründung und Besiedlung von Lorsch a. d. B. zu betrachten ist. Und in dieses gallisch-römische Franken wanderten Kunst und Wissenschaft, das ist die Bildung, gleichmäßig mit Handel und Wandel aus dem östlichen Mittelmeergebiet und dem veröstlichten Unteritalien.

St. Benedikt wuchs in Nursia auf. Es lag über den Bergen nordöstlich von Rom und hatte nach der Überlieferung eine der letzten Pythagoräer-Niederlassungen. Die pythagoräischen Vereinigungen waren damals schon aus hellenistischen zu christlich eingestellten Sozialgemeinschaften geworden. Von ihnen zur benediktinisch-klösterlichen Familie war nur ein Schritt. Es heißt, Benedikt habe die Beherrschung der Bauwissenschaft von den Pythagoräern erlernt und sei dann als gewaltiger Bauherr seines neugegründeten Ordens der Schöpfer des Bauhüttenwesens geworden. In solch bündiger Fassung trifft das sicher noch nicht zu. Aber für die ostländische Herkunft des frühchristlichen Bauaufschwunges ist es bezeichnend, daß man seine Kunst auf Hieram, den Baumeister Salomos zurückführte; wohl auch, um damit vom Heidnischen, d. i. von der Antike loszukommen. Allerdings wissen wir recht gut, daß es mit der alttestamentlichen Bauübung, auch der des Salomo, nichts weniger als vorbildlich bestellt war.

Die Dauerkraft der pythagoräischen Gemeinschaften stützte sich auf den monopolartigen Zusammenhalt ihrer Bildung. Sie war zeitgerecht alexandrinisch-christlich, das heißt: sie stand im Ausgleich der pythagoräisch-neuplatonischen Gelehrtheit mit den christlichen Grundsätzen. Man hat sich darauf zu besinnen, wie z. B. die Kirchenväter Augustinus und Kyrill zu den pythagoräischen Vereinigungen standen (Willmann, Bd. II, § 56):

Die Verbindung der Begriffe der Wahrheit und der Weisheit, wie sie Pythagoras vollzieht, würdigt besonders Augustinus, und er fügt den Zahlenbegriff als dritten hinzu, indem er die unveränderliche Wahrheit der Zahlen erwägt und ihre Heimat und Stätte sucht, weit von allem Körperlichen, Weisheit und Zahl aber auf Grund der Stelle im Ecclesiastes, die er las: *Circuivi .... ut quaererem sapientiam et numerum,* verewigt dachte. In dem für Augustinus so bedeutsamen Begriff *ordo* liegt ein pythagorisches Element. Richtig erkennt Kyrillos, daß die Zahlenverhältnisse bei den Pythagoräern auch die Verhältnisse der Begriffe repräsentieren...

Für die Zahlensymbolik sind nächst den philonischen Schriften die pythagoräischen für den Kirchenschriftsteller die Bezugsquellen. Der pythagoräische Ausspruch, daß Gott der Vater und Fürsorger aller Wesen ist, in dessen Kraft und Wirksamkeit sich fortwährend die Harmonie des Alls verwirklicht, wird wiederholt angeführt....

Nach Pythagoras' Vorgang erhielten die mathematischen Studien als Propädeutik zur Philosophie und Theologie ihre Stelle im Lehrwesen der Kirche, so daß noch im Quadrivium des Mittelalters pythagoräischer Einfluß nachwirkt.

Abgesehen davon, daß Klugheit und Spekulation nach solchem Frieden mit einer Vergangenheit verlangten, deren Geistesnachhalt nichts weniger als kraftlos in die Zeit ragte, ist zu bedenken, daß die Lebensgemeinschaft der Pythagoräer von je auf Gottesverehrung und Askese ging, daß Pythagoras legendär als vergöttlicht galt, und der im ersten Jahrhundert nach Christus lebende Apollonios von Tyana als pythagoräischer Prophet und Wundertäter, den man geradezu mit Christus verglich.

Es lag also in der Ordnung der Zeit und ihrer Dinge, daß die von der benediktischen religiösen Neugemeinschaft ausgehende Baukultur sich auf pythagoräisches Wesen einrichtete, und daß sie dies von dort nahm, wo es gewissermaßen magaziniert war, aus dem östlichen Mittelmeergebiet und alexandrinischen Bildungsbezirk.

Das Mönchtum Benedikts ward im Triumphmarsch universal, damit auch sein angestrengtes Bauwesen samt allem, was damit zusammenhing.

*

Als der Mensch erfinderisch und besinnlich ward, bot sich ihm alsbald der Kreis — Rad, Himmelsrund, Sonne, Mond — als etwas Wundersames durch die in die Hände fallende Teilung aus dem Halbmesser, d. i. der erzeugenden Strecke, die auch sofort die Merkwürdigkeit des gleichseitigen Dreiecks brachte. Auch ohne den Erfindungstrieb wies den Menschen die Natur mit ihren Gebilden auf den Weg der Beobachtung und Überlegung aus ihr. Blüten mit fünf, sechs und sonstigen Bestandeszahlen, der Einblick in quer abgeschnittene Stengel und zahllose sonstige Schöpfungen zwangen zur Erkenntnis von Gesetzmäßigkeiten, auf die auch der Sternenumlauf, die Jahresteilung hinwiesen. Ich kann hier an das babylonische stern- und zeitkundliche Zahlenwesen bloß erinnern, ohne dem verfügbaren Platz einen Überblick abzugewinnen.

Das Zauberhafte, nach Anschein übernatürlich aus der Gottheit Geordnete im Kreissechseck hat sich nachhaltig ausgewirkt: im sechsspeichigen Sonnensinnbild, im sog. Davidstern, als Schutzzeichen gegen alles die Menschheit Bedrohende, als Nimbuszeichen höchster Bestimmung, ja als identifizierendes Gebild für Apollon, Dionysos und die christliche Gottheit. Und heute noch erschrickt der geweckte Knabe freudig, wenn ihn das erste Spiel mit dem Zirkel auf das Sechseck aus der Zirkelspannung bringt. Ja — seien wir nur ehrlich — auch der wissenschaftlich reife Mann, wenn er nicht dem trostlosen Nil admirari verfallen, bleibt im sanften Bann des Hexagrammes.

Rundbauten der frühesten Zeit, deren Symbolik ich mir hier erlassen muß, haben alsbald, zumal in den Sonnentempeln, die Abwandelung ins Sechseck erfahren. Die Figurierung in dieses hat sicher dem pythagoräischen Begriff einer Harmonie entsprochen, die sich nie optisch oder in die Empfindung geltend machen konnte, sondern ihre Geltung nur im Entstehungsgesetz barg.

Beim gebräuchlichen Rund-, Vieleck- und einfachen Quadrat- oder Rechtecksbau war die klare Kreisgenetik (Sehnen- und Tangentenverwendung) mit linearen und rechnerischen Absichten und Folgerungen recht einfach. Es sei immer wieder betont, daß jede Folgerung aus Linien ohne Bestimmung der Zahl wertlos ist. Diese Unverantwortlichkeit kennzeichnet alle oberflächlichen Spielereien auf dem Gebiet.

Die einfache Klarheit ist dahin beim gegliederten Riß der christlichen Bauten, aber er behält die Grundsätze kombinatorisch bei mit Unterbringung als bedeutsam erachteter Gesamt- und Teilmaßzahlen und pythagoräischer Liniengebilde, die sich auf Handhabung der gesamten euklidischen und pythagoräischen Erkenntnisse erstreckt. Sehr oft hilft die Streckenteilung aus. In die geometrische Zahlenrechnung treten dann auch die Winkelfunktionen, zunächst nur der Kreisvielecke, den Tangens kennt die Methode früh genug, anscheinend auch den Sinus. Die Zehnecksseite als Bestimmungsmittel für ein von mir so genanntes Goldenes Rechteck handle ich unten gesondert ab.

Die allerstrengste Beharrung beim rechenbaren Maß bis in alle Einzelheiten bleibt unentwegter Grundsatz; zum Staunen für den, der sich die große Mühe nimmt, die Zahlen und ihre Entstehungsart aufzudecken[1]. Die erstaunlichsten Zahlenbezeichnungen und -zusammenhänge tauchen auf, ihre Herkunft aus der Absicht hat natürlich Grenzen, sie sind Nächstergebnis

[1] Die Methode kennt keine Kompromisse, kaum, bei skrupelloser Urarbeit, ein Schwanken in den zweiten und dritten Dezimalen. Eine einzige, nebensächlich scheinende Teilstrecke kann tagelange Beschäftigung erheischen, bis Zufall oder Nachdenken das Rätsel lösen. Einzellösungen färben oft so aufs Ganze ab, daß sie eine neue, meist einfachere und schönere Gesamtlösung bringen, wenn das Objekt deren mehrere duldet.

der Methode. Aber durch Jahrhunderte hindurch hatte man gelernt, auf diese Nächst- und Unterergebnisse zu vertrauen, und das war es ja eben, warum man ihnen, aus fatalistisch-astrologischer Einstellung, eine vom kosmischen Beherrscher der Geometrie und Arithmetik kommende Auswirkung zuschrieb.

Die Erörterung der zeichnerischen Anlagen soll lauter sprechen als die Einführung.

Die Maßeinheit: der Benediktinerfuß.

Schon oben wurde vorwegs gesagt, daß das Einheitsmaß 0,3329 m beträgt. Ich nenne es den Benediktinerfuß und vertraue auf seine baldige allgemeine Anerkennung.

Das gerundete Maß 0,333 ist im späten Dorismus nachgewiesen. Das gleiche läuft als römischer Provinzfuß, im östlichen Mittelmeergebiet (lydisch) und im Nordland (drusianisch) gültig. Ich finde es auch als gallisch-germanisch aufgeführt; sollte es wirklich auch äginetisch gelten, so ginge es bis ins 6. Jahrhundert v. Chr. zurück. Die Deckung von 0,333 mit 0,3329 scheint auf den ersten Blick selbstverständlich. Aber meine zahlreichen Errechnungen scheitern an 0,333, und da die Errechnung von 0,3329 ihre gediegenen Grundlagen hat, müßte sich das Maß 0,333 auf das geminderte zu 0,3329 umstellen, statt umgekehrt.

Die Nähe von 1,00 m : 3 = 0,3333 . . . m fällt auf, und so hat man in der Drittelung der Meteraufmaße einen guten Suchbehelf.

Die Umstände sprechen dafür, daß das im angegebenen Zeitabschnitt geübte Maß nie ganz verschollen war, und daß es bis ins 18. Jahrhundert noch auf die Jesuiten vererbt war: aus seiner aufzuzeigenden wissenschaftlichen Herkunft vom Erdumfang des Eratosthenes, dessen rechnerische Maßnahmen man heute noch kennt. Die Gewinnung des Maßes aus dem tellurischen Kreis ist für Gleichmacher besonders verlockend, und die Messung von 1791 hat sich wahrscheinlichst an die des Genannten gehalten. Den Zusammenhang hat man mutig verschwiegen. Aber die Geschichte des Metermaßes weist uns den Weg.

Eratosthenes, um 275 v. Chr. zu Kyrene geboren, Leiter der Weltbibliothek zu Alexandria, nannte sich als vorderster Polyhistor seiner Zeit zuerst einen Philologos. Mathematiker und Astrolog, maß er den größten Erdkreis in genialer Art mittels Schattenstäbe. Er hatte ihn zunächst auf 250000 ägyptische Stadien bestimmt und besserte später das Maß auf 252000 solcher. Bei der Aufbesserung leitete ihn wahrscheinlichst, es wird sich unten zeigen, die Zahlenspekulation aus dem pythagoräischen Glauben an ihre kosmische Bedeutung.

1. Die 252000 bietet durch restlose Teilbarkeit mit allen Einheiten von 1 bis 10 und vielen zusammengesetzten Zahlen

eine außerordentliche Schmiegsamkeit für pythagoräische Zahlenkomplexe.

2. Das Zahlenwunder wird auch tellurisch vollständig, wenn man $\pi = 3{,}15$ setzt, wie das ganz sicher Eratosthenes und seine Nachfolger getan haben. Die Zahl $\pi = 3{,}15$ ist uns für den einfachen Gebrauch heute noch geläufig. Befremdenderweise findet sich im mathematikgeschichtlichen Schriftwesen nichts Erschöpfendes über diesen klugen Ausgleichswert. Denn das ist die Zahl aus indisch-asiatisch $\pi = 3{,}14$ und hellenisch 3,16. Das Mittel würde zugleich den Universalstandpunkt Alexandriens bezeichnen.

Dem Erdumfang 252000 und einem $\pi = 3{,}15$ entspricht ein $r = 40000$, die im Umfang $6{,}3 = \frac{7 \times 9}{10}$ mal enthalten sind.

Da das ägyptische Stadion 157,5 m hat, kommt der Halbmesser alexandrinisch auf 6300 km, während wir heute rechnen 6356,5 km. Der geringe Unterschied mit 56,5 km bedeutet bei den damaligen Arbeitsmitteln eine staunenswerte Genauigkeit. Sie macht den Zugriff der Revolutionsgelehrten erklärlich.

Die Bedeutung der 3,15 ist schon dadurch verlockend, daß sie — siehe später das zur sog. Großen Norm Gesagte — für den Kreishalbmesser 100 den Umfang $630 = 7 \times 9 \times 10$ gibt. Das Produkt aus diesen pythagoräisch hochbedeutsamen Faktoren ist eine der leuchtenden Höhen in der von dieser Schule geträumten Weltordnung aus der Zahl, die ihr gleichbedeutend war mit Harmonie.

In der Rechnung für Gewinnung des Fußmaßes steht als Gegebenes obenan:

1 ägypt. Schoinos = 6300 m;
$6300:40 = 157{,}5$ m = 1 Stadion,
$U = 252\,000$ Stadien; $252000:3{,}15 = 800$.
Danach hatte des Eratosthenes Kreis 39 690 km = $7^2 \times 9^2 \times 10$ gegen 40000 unserer Rechnung.

Zum Fuß = 0,3329 m gelangt man aus

$$252\,000:7 = 36\,000 \quad \text{und}$$
$$252\,000:9 = 28\,000 \quad 7^2 \times 9^2 = 63^2 = 3969$$

$$39\,690\left(\frac{36\,000 + 28\,000}{10}\right) = \begin{cases} 39\,690 & (1.) \\ -\,6\,400 & (2.) \end{cases} = 33\,290 : 100\,000 = 0{,}3329$$

Da $39690 = 10\,(7^2 \times 9^2)$, läuft der Ausdruck, ohne den Meterkern, auch:

$$7^2 \times 9^2 - \frac{252\,000 : 7 + 252\,000 : 9}{10} = 3329$$

3.

Das Auftauchen der $640 = 8^2 \times 10$ gestattet auch kurz

$$7^2 \times 9^2 = 3969;\ 3969 - 640 = 3329;\ \text{und}$$

4.

$$7^2 \times 9^2 - 20\,(9^2 - 7^2) = 3329.$$

Man beachte gleich: $2 \times 3{,}15 \times 10 = 63 = 7 \times 9$.

Die Abwandlungsmöglichkeiten der Zahlen 252000, 315, 7^2, 8^2, 9^2 allein oder im Zusammenstand mit weiteren Zahlen, die als bedeutsam gelten können, sind uferlos. In den rechnerischen pseudogeheimnisvollen Einrichtungen der Planungen haben all diese und ihnen beitretenden Zahlen eine bestimmende Rolle, oft genug abseits der Greifbarkeit, also nur ideell.

Es ist nützlich, zu dem hier hergestellten alexandrinisch-benediktinischen Fuß den ägyptischen und den römischen zu vergleichen.

$$\begin{array}{rl} & 0{,}3329 \\ - & 0{,}3079 = \text{ägyptischer} \\ \hline & 0{,}0250 = 6300.\ \text{Teil des Stadions.} \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} & 0{,}3329 \\ - & 0{,}2964 = \text{römischer} \\ \hline & 0{,}0365. \end{array}$$

Die schon gestreifte Frage tritt auf, ob der römische am Werkplatz selbst zur Anwendung kam. Trotzdem man zahlreiche Nachmessungen auf ihn eingestellt hat, habe ich ihn nirgends in baugerechter Genauigkeit vorgefunden[1]. Es liegt die Annahme nahe, daß, wie es heute noch geschieht, am Bau der des Planlesens kundige Werkleiter die Maße zum Handgebrauch in Latten schnitt, statt daß sie unter der unzuverlässigen Ablesung vom Maßstab weg durch die Arbeiter gehalten wurden.

Wenn die Umstellung in römische Fuß stattfand, so hatte man dazu in einfachster Art die Verhältnisablesung auf den zwei Schenkeln eines Winkels zur Verfügung.

Die Zahl 157,5 ist sehr merkwürdig.

Es ergibt sich:

$$\begin{array}{rl} & 157{,}5 \\ + & 15{,}75 = 157{,}5:10 \\ \hline & 173{,}25 : 100 = 1{,}732(5. \end{array}$$

Das ist nichts anderes als das Kathetenverhältnis im halben gleichseitigen Dreieck.

[1] Das mag ja nicht genügen. Für beweismäßige Arbeit müßte man einen benediktinischen und einen römischen Maßstock, dazu eine Ablesetabelle für die Umwandlung einrichten.

Unsere heutige Funktionszahl steht auf 1,73205. Wie ich bei der algebraisch-geometrischen Aufbreitung des Fußes in den angelegten sog. Normen dartue, war dieser genauere Wert den spätesten Alexandrinern und den Benediktinern ebenfalls bekannt. Der alte, ungenauere stört in der Rechnung nicht, weil man füglich mit dem Deckungswert 1,732 arbeitet. Beachtlich: $17{,}3202 = \sqrt{300}$, indes $1{,}7325^2 = 3{,}001$.

Nun ist $1{,}7325 : 11 = 157{,}5$.

Die 11 ist in unsern Ergebnissen eine hervorragend merkwürdige Zahl. Sie zeigt auch als einzige die Eigenschaft

$$x + 0{,}10\,x = x \times 0{,}10\,x$$
$$11 + 1{,}1 = 11 \times 1{,}1 = 12{,}1$$
$$12{,}1 \times 10 = 121 = 11^2.$$

Hier hat man das fertige Dezimalprinzip, die Teilung des Fußes nach 1 als Teil von 10. Tatsächlich haben die Damaligen den Fuß (im Gegensatz zum römischen) in 10 Teile genommen, siehe unten.

Die 11 ist auch sonst gefällig und bedeutend, z. B. $630 : 2 = 315$; $315 : 15 = 11$; $11 = 4 + 7$; $4 \times 7 = 28$; diese Zahlen spielen im Rechenwesen der Planungen eine große Rolle.

Die Anwendung der Dezimalsummierung, die in den Lösungshergängen oft auftritt, erschließt auch diesen Weg:

$$\left.\begin{array}{r} 33{,}29 \\ -\,3{,}329 \end{array}\right\} = 29{,}961; \text{ erhaltbar in dieser Art:}$$

$$\begin{array}{r} 1575 : 63 = 25 \\ 1575 \\ 4 \\ \hline 1579 \\ 1579 \times 9 = 14211 \\ +\,1575 \\ \hline 29961 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 25 = 100 : 4 \\ 5^2 = 10^2 : 2^2 \\ 5^2 \times 2^2 = 10^2 \\ 5 + 2 = 7 \\ 9 = 3^2 = 10{,}00 \\ -\;1{,}00 \\ 5 + 3 + 2 = 10 \\ 5 + 2 + 9 = 16 \\ 16 = 4^2;\ 4 = 11 - 7. \end{array}$$

Wobei 157,5 aus 1575, im Metermaß = 1 Stadion, den realen Kern bedeutet.

Es ergibt sich folgender Schluß:

Eratosthenes hat das wirkliche Maß seines Erdumfanges in einer Teilstrecke nach dem landläufigen Maßstab greifbar aufgelegt und es mit der 157,5, die er, wie angegeben, erhielt, geteilt. Er kam so auf 252000 Stadien. Das Stadion wäre also aus dem Erdumfang verkörpert und derart aus der ideellen zur realen Zahl geworden. Wahrscheinlich hat man nicht mit 157,5 sondern mit $157{,}5 \times 2 = 315$ geteilt, so daß alles in unheimlich „harmonischer“ Zwangsläufigkeit aller Zahlenbeziehungen, d. i. in einer von der Gottheit vorgesehenen Ordnung, zusammenhängt. Vom Astrologischen sei hier abgesehen.

Der Zahleninhalt der 157,5, die also auch unabhängig vom Meter dem Apparat unseres Gegenstandes angehört, soll hier gleich behandelt werden[1].

Es ist $\frac{157{,}5 \times 10}{25} = 63 = 7 \times 9$; beachtlich ist die 25 zu dem beim ägyptischen Gebrauchsfuß bestehenden Unterschied. Die 157,5 ist restlos teilbar durch

	1	3	5	7	9	mit
dem Ergebnis:	1575	525	315	225	115	

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

Weiter: Die 17325 gibt einfach betrachtet: $17325 : 25 = 693$; $6{,}93 = \sqrt{48}$; $693 : 3 = 231$; $231 : 7 = 33$; $33 : 11 = 3$ usw.

Da $315 - 252 = 63$, ist auch stets bei $315 - x$ und $252 - x$ die Differenz dieser Differenzen $= 63$. Dagegen läßt sich mit der Summe dieser Differenzen mancherlei ausweisen, z. B. aus der eben genannten 231:

$$252 - 231 = 21 \qquad 315 - 231 = 84$$

$$\begin{array}{r} 84 \\ 21 \\ \hline 105 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 105 : 3 = 35 \\ : 5 = 21 \\ : 7 = 15. \end{array}$$

*

Es ist unerläßlich, für die Umrechnung in Meter den Fuß mit vier Dezimalen zu handhaben. Die ermittelten Maße sind meist erstaunlich genau, stets aber genau vorhanden. Die Rechnung weist Abweichungen bei ungenauer Mauerarbeit und Baufehler nach und gestattet, den Kern aus späteren Um- und Anbauten zu schälen. Es fällt auf, daß solche, wenn sie in die Epoche fallen, genau mit dem Vorhandenen, also mit aufbewahrtem Plankammermaterial arbeiten.

Für Würzburg habe ich festgestellt, daß das gesamte mittelalterliche Stadtgebiet einem nach Benediktinermaß hergestellten Planungsnetz untertan ist, dem man einen Kern und wiederholte Erweiterungen nachweisen kann. Die sämtlichen Kirchen des Zeitraums einschließlich des Domes sind in dies Netz gearbeitet oder geradezu in ihren Hauptmaßen aus ihm bestimmt und ohne Rücksicht auf diesen Umstand der Sonderrechnung nicht unterstellbar. Im ungünstigsten Falle schwankt bloß die zweite Dezimale um 1 mm. Freilich geschehen

[1] Nachfolgend vernachlässige ich das Komma oft, wenn es nicht wertzwingend ist, um die Umstellungen mit 0,10 und 10,0 usw. missen zu können.

keine Wunder, und die Entwicklungsergebnisse, die man in drei Stellen verfolgen muß, runden manchmal auf zwei Stellen ab. Das ist bei großen Ausmaßen auch genügend. Vermag doch ein Hauptschiff von 12 bis 14 m Breite schon ein ansehnliches Wohnhaus aufzunehmen.

Unser heutiger freier Standpunkt könnte freilich oft genug von einer Knechtung des Bauwillens und der Bauvernunft unter der Herrschaft der Bedeutungszahl sprechen. Oft fallen durch Zweck und Masse stärkstens beanspruchte Mauern weit schwächer aus als andere, weniger bedeutende des gleichen Baues. Pfeiler und Türme geraten ohne baugerechten Grund aus dem gewiesenen Quadrat ins Rechteck, Rundapsiden werden dem Lineament zulieb auf Stich gesenkt oder hinausgestelzt; der Gesamt-Erstreckungszahl halber, mit der man bei der Aufrechnung aus Westen her in Konflikt kommt, gibt man den äußeren und inneren Rundbogen der Apsiden verschiedene Mittelpunkte, vgl. die Anlage Neustadt a. Main. Vollends die durch alle Bücher laufende Grundrißdeutung aus dem abgeklappten Würfel ergibt sich als eitle Mär: nur ganz selten ist eine Vierung quadratisch; braucht man das Quadrat wegen des Dachverschnittes oder Vierungsreiters, so holt man das gleichseitige Geviert mit Kunststücken im Obergadem nach. Nur ganz selten gelten glatte Fußzahlen für Mauerstärken und Öffnungen, sie sind durchweg der Hauptfigurierung unterworfen, und da sie meist sehr genau mit der Berechnungsprobe stimmen, muß ihre Einrichtung mit Latten und Lehren, die Herausteilung aus Gesamtmaßen und Achsen den Bauleitern große Arbeit gemacht haben.

Nahezu Regel ist, daß chordienstliche Räume mit Sechseckelementen eingewinkelt werden, Schatzkammern, sonstige als fest vermeinte Räume und Türen mit den Mitteln des Goldenen Rechtecks. Wie wir die Winkeldreiecke zu 60 und 45 Grad benützen, muß man damals auch eines mit $51^0\ 50'$ und $38^0\ 10'$ benützt haben; denn sein Gebrauch ist unvermeidlich, wenn wir an den — peinlichst genau aufzumessenden — Baubeständen zahlen- und linienanalytisch arbeiten wollen.

Der Figurierungsmethode ist vom Standpunkt damaliger Symbolgläubigkeit aus der Sinn nicht abzusprechen. Chor und Altarhaus stellen sich unter das Zeichen für Christus, der dort gegenwärtig ist, und Schatzkammern und Türen gegen unbefugten Zutritt, Diebstahl, böse Geister und sonstiges Unheil unter das Pentagramm, den Drudenstern. In beiden Fällen hält man oft, ja meist die Handhabung des einschlägigen Dreiecks für ausreichend, ohne daß die Vollfigur herauszukommen braucht. Beim gevierteten Altarhaus wäre das ja auch nicht möglich. Man bricht aber auch wohl die Apsis nach dem hälftigen Sechseck, und es sei nebenher erwähnt, daß die Exedra, deren Name gar nichts besagt, nichts anderes ist als die dezimierte Ganzrundung, das Martyrion, dessen Name alles besagt. Geht es aufs Ganze, so die Apsis wohl mit Folgerichtigkeit auf die Teil-Reliquie.

Wenn es, wenigstens in Würzburg, auffällt, daß auch die Straßenläufe, die Wehrbauten und Profanstätten aus Stein der Methode unterworfen sind, so erklärt sich das z. T. daraus, daß die Steinwerke von Bischof und Domherren (Kurie) aufgeführt wurden, und deshalb die herzogsbischöfliche Baukammer mit der Planung beauftragt wurde. Diese Stelle arbeitete auch nicht ohne ihren festliegenden Stadtlinienplan[1], um so weniger, als allenthalben kircheneigenes Stadtgebiet in die Quere kam. Und ohne Zweifel ist alles Steinbauwerk damals gleichzeitig mit kirchlichem entstanden, das just nach Bedarf die Steinbauleute ins Land rief, dessen Insassen das Steinbauhandwerk vor dem 14. Jahrhundert nicht ausübten. Ja, wenn dies wohl zur Zeit der Gotik der Fall war, im 17. Jahrhundert hatten wir schon wieder, mangels Einheimischer, eine Massenzuwanderung ausländischer Bauarbeiter.

Die benediktinischen mathematischen Entwurfszentralen, die ausgiebig in die Ferne arbeiteten (es wären ja anders ihr Zweck und ihr Bestand ins Wanken gekommen), rollen zunächst eine Doppeltätigkeit im Baugeschehen auf. Zugegeben, daß der Klostermann von damals an natürlicher Frische nichts zu wünschen übrig ließ, so bestieg er doch kaum die Gerüste, schwanker als heut, und war in der Gemeinschaft kaum so entbehrlich, daß er sie für fortlaufende Anwesenheit am Bau aufgeben durfte. Also ging sein Entwurf an einen eigens geschulten Bauleiter, der bestensfalls Konverse war. Der deutete die für den Gebrauch am Bau ins Werkmäßige umgestellte Zeichnung aus, schnitt die zahlreichen Maßlatten und Lehren, wiegte die Höhen ein und fluchtete. Er hatte natürlich auch außerdem das Handwerk zu kennen, aus dem er hervorgegangen sein mußte, und alle Hände voll zu tun. Dazu kam als dritter Faktor die Herstellung des Ornaments, die in vielen Händen lag, in jungen und alten, an verschiedenen Orten und sogar Stilen geschulten. So wenigstens dort, wo es sich über die architektonische Gliederung hinaus um wirkliche Schmuckhauer handelte, die sich vom Maurergewerbe schieden. Schmuck-

[1] Wohin ist all das Pergament gekommen? Oder hatte man Holztafeln, die noch viel leichter dahingingen? Aber wir haben ja auch aus den folgenden Zeiten nichts Werkplanmäßiges; wohl immer verschwand das eifersüchtig gehütete Material mit dem Geist, der in ihm Geltung hatte, und durch die abtretenden Träger dieses Geistes. Der Sankt Galler Plan, Anlage, ist aber ein glänzendes Dokument.

werk und Planung liegen da oft weit auseinander, und es ist ganz abwegig, bei geschichtlicher Wertung des Bauwerks mit dem Dekor zu beginnen, statt zuvor das Wesen der Planung aufzudecken[1]. Es würde viel nutzloses Gerede und Phrasentum gespart, wenn man diese unvermeidliche Dreiteilung der Bauarbeit und die vielfache Bedeutungslosigkeit des Akzessorischen bedenken wollte.

Um nochmals auf die Mittel der Planfabrika zu kommen: es mag befremdlich scheinen, daß man dem Kreisviereck meist aus dem Weg ging. $S_4 = r\sqrt{2}$ war nicht zahlenergiebig, dafür hat man die Komplexe aus $S_{10} = \frac{r}{2}(\sqrt{5} - 1) \sim 0{,}618\, r$ um so üppiger ausgebaut und überreich genützt, siehe unten, der Macht der Symbolik gehorchend. Von Anfang an tritt neben der Spekulation aus der Figur als weiteres Hauptmittel die Streckenteilung auf, siehe auf Anlage 1; man gibt ihr durch die Zahl symbolischen Einschlag und mit dem Begriff des Maßes den der Harmonie.

Vielfach treffen mehrere, scheinbar nicht voneinander bedingte Lösungen in einer Lösung zusammen. Es ist anzunehmen, daß man solcher Zwei- und Dreifältigkeit Wert beilegte und sich etwas darauf zugute tat: die Festigung und unerschütterliche höhere Ordnung im System war da um so nachdrücklicher.

Das Dezimalsystem ist die Grundbedingung für die gesamte Methode. Es wird bei der Hantierung mit der Zahl — ich nehme aufs Geratewohl die geläufige 1,195 heraus — die Reihe offen: 1,195 0,1195 0,1195 11,95 1195

Es ist klar, daß derart hintere Stellen zur Aufhöhung kommen können, so daß die genaue Rechnung beim Manipulieren in andere Richtung gerät. Diese Unechtheit kommt bei dem ohnehin schwanken Begriff der Zahl der Geschmeidigkeit des Systems zugut.

Viele Untersuchungen ergeben, daß das Langhaus den Ausgang der mathematischen Hantierung bildet, ich nenne es einfach „das Haus". Auf die figürlich zutreffende Querverschränkung des Pfeilerstandes unter 60^0 legt man großen Wert, die unter 45^0 ist dem Anschein nach das Zeichen rascherer Arbeit.

Auch für Leute, die vom Quadrivium aus in den Überlieferungen einer solchen benediktinischen Entwurfsfabrika auf-

[1] Gelegentlich der Instandsetzung an einem Ostturm des Würzburger Domes habe ich Stilunterschiede von rund fünfzig Jahren im Bauwerk gesehen. Der Turm selbst ging in den fraglichen Teilen stetig von 1230 an binnen weniger Jahre hoch. Vgl. meine Ausführungen Archiv d. Hist. Vereins f. Unterfr. u. A. 1930, S. 356.

gewachsen und sozusagen zu Spezialisten gediehen waren, muß die Fertigung eines durch und durch zahlengerechten Planes viel Zeit und Arbeitsaufwand bedeutet haben; auch wenn man, wie anzunehmen, jahrhundertelang die in Problemen geförderten Zahlenergebnisse durch Diagramme und Tabellen festgelegt und gebrauchsfertig zur Hand hatte. Die Annahme drängt sich auf, daß mancherlei Entwürfe auf Vorrat, auch schon der Einübung halber, bereit lagen und der Ausarbeitung im Bedarfsfall harrten. Aber merkwürdig: Wie sich kein gleiches Steinmetzzeichen für zwei verschiedene Steinmetze der gotischen Zeit findet, so habe ich auch keine zwei Entwürfe unserer Epoche entschleiern können, die demselben mathematischen Grundmotiv entsprangen. Man staunt oft über dessen Art und Abwandelung, der meist Originalität zuzusprechen ist.

Wie man innerhalb einer Gruppe, die trotzdem die gemeinschaftliche Herkunft erkennen läßt, beweglich blieb, zeigen meine Analysen auf S. 374 des obengenannten Archivbandes für Unterfranken.

Auch dort, wo Grundrisse geradezu kopiert wurden, hat die Neuverwendung stets andere mathematische Griffe nötig gemacht, die das Abbild alterierten. Man vergleiche die Schottenkirchen in Regensburg und Würzburg[1] mit dem nachgeahmten Vorbild, dem Dom auf Torcello[2].

Das Zahlenwesen im besonderen.

Die Aufdeckung geschieht freilich zweckmäßig am Objekt. Um die Ergebnisse rascher zu haben, täte die Anlage geordneter Tabellen not, auch für Potenzen und Wurzeln in ihren verschiedenen Abwandlungen innerhalb ganzer Komplexe, kurz gesagt: eine Kodifizierung des ganzen Zahlenwesens, wie es in Betracht kommt.

Vorauszugehen hätte die Aufzeigung des gesamten astrologischen Rechenwesens von altersher: die babylonische Zahlenmystik ist in der Zeit noch in voller Geltung.

1. Zunächst der Verhältniswert im Dreieck mit 60^{0} und 30^{0}: 1,732; er gilt samt seinen Mehrungen bis 9 nur auf 3 Dezimalen, die Rechnungshergänge bestätigen es aller Enden. Um die eine Kathete aus der andern zu finden, hat man natürlich zu multiplizieren oder zu dividieren; die Werte von 1 bis 10 lauten:

[1] Diese habe ich bis ins kleinste figuriert und berechnet. Die Methode bringt den Beweis, daß die Kirche das ihr zugeschriebene westliche Querschiff nie hatte.

[2] Der Hinweis bestätigt übrigens die Feststellung Strzygowskis, oben S. 233, und macht alle Erörterung über die „Entwicklung“ des Typus in Bayern überflüssig.

1732	3464	5196	6928	8660
10392	12124	13856	15588	17320

Die Teilstriche sind mit Absicht weggelassen. Ich nenne die Einheit 1,732 mit *N*, die für den Fuß in Metern mit 0,3329 dagegen *M*.

Über das Dezimalsystem bei den alten Ostländern ist genug geschrieben worden. Ideell ist ein pythagoräisches Hauptstück beizuholen: = 30

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 \text{ und } 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 10^2 = 100,$$

die 10 und erst recht die 100 sind pythagoräische Vollkommenheitszahlen; neben der 6.

Es ist zu verfolgen, daß die vierten Stellen über den Wert 5 hinaus nach der dritten aufgehöht, die unter 5 fallen gelassen werden. Oft bessert die 5 noch auf, allermeist muß sie mitgeschleppt werden, bis sie bei einem Ergebnis abfällt.

2. Neben der 10 tritt sofort die pythagoräische Hauptzahl Sechs als beherrschend auf.

Ehe ich auf sie eingehe, das Folgende:[1]

Daß sich die Methode bei der Buntheit der Liniensysteme nicht auf die Zahl im streng mathematischen Sinne, d. h. auf bedeutsame Geschlossenheit beschränken kann, leuchtet ohne weiteres ein. Die erweiterte Ausdeutung geschieht durch Bildung von Summen, Produkten, Teilungen, additive und subtraktive Kombinationen aller Art, innerhalb deren freilich jedes Glied seinen Rechnungssinn hat, der zuletzt doch auf die strenge Zahl hinausläuft. Solcher Nutzung mußten immer weniger Zahlen entgehen, je länger die Methode geübt und auf Abwechselung, auf Erfindungsehrgeiz angestrengt wurde.

Wie über die Menge der Zahlen, kann hier auch über ihre symbolischen, mystischen, metaphysischen Wertschätzungen nicht abgehandelt werden. Unter den von den Alten herausgestellten Zahlen = Sorten: mangelhafte, überschüssige, vollkommene usw. kommen unseren Untersuchungen zunächst die sogenannten vollkommenen zugut. Willmann:

> Die Vorstellung der vollkommenen Zahlen beruht auf der Koinzidenz der Addition und der Multiplikation, also der beiden Arten des Aufbaues der Zahlen. Die schlechthin vollkommene Zahl ist die 6, weil $1 + 2 + 3 = 1 \times 2 \times 3$. Bei den übrigen gilt nur, daß sie der Summe ihrer aliquoten Teile oder Divisoren gleich sind: $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 1 \times 4 \times 7 = 2 \times 14$[2]; ebenso 496, 8128 usw.

Außer den vollkommenen Ganzzahlen werden erst recht ihre Aliquoten bedeutsam: bei der 6 kommt das gesprochene Querbild in Betracht:[3] $123 : 3 = 4$; römisch: CXXIII = 1 Hunderter, 2 Zehner, 3 Einer. Vgl. das unten Folgende zur herrschenden Rolle der 41 und 123 und zum altgeläufigen Geviert aus 123.

Die bedeutsamen Zahlen, die aus der Wirtschaft mit der 6 entspringen — man nehme nur die 30, 90, 180, 360 — be-

---

[1] Ich bitte immer wieder, das prächtige Werk von Willmann zur Hand zu nehmen.

[2] Aber auch $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$; über die 28 im unten folgenden.

[3] Die Quersumme heutigen Zahlenbildes spielt, wie die Ergebnisse zeigen, sehr oft eine Aufdeutungsrolle.

dürfen keiner Erörterung. Merkwürdigst aber ist die 23, die auf die 6 zurückgeht und geradezu Die Zahl für das ganze System ist. Die zahlenspekulative Herkunft ist

$23 = 2^3 + 3^2$; Zahlen und Exponenten je $2 \times 3 = 6$.

Die 23 wandelt sich für uns in einen äußerst umfangreichen Komplex ab, aus dem ich bloß herausgreife:

$$23 \times 3 = 69; \quad 69\,N = 1{,}195; \quad \times 2 = 2{,}39$$
$$3 \times 69 = 2{,}07; \quad 4{,}46 = 2{,}07 + 2{,}39$$
$$69 \times 5 = 345$$

$$\text{zu } 345 \left\{ \begin{array}{r} 345 \\ -\,123 \\ \hline 222 \end{array} \right. \qquad \begin{array}{r} 123 \text{ quer} = 6 \\ 1 \times 2 \times 3 = 6 \\ 2 + 2 + 2 = 6 \\ 3 \times 2 = 6 \end{array}$$

Es gibt fast kein Beispiel, in dem nicht die 23 mit ihren Abwandlungen, also zahlenspekulativ die 6, die Hauptrechnung vollständig durchdringt.

3. Eine Merkwürdigkeit ohne gleichen weist die Anlagetafel 1 aus, die das Haupterstreckungssystem und die Langhaus-Breiteneinrichtung des um 1030 begonnenen Domes zu Würzburg zeigt. Nämlich:

Der Meterhalbmesser 15,45, den der Bau für das Lichtmaß hat, ergibt in Metern die Breitenmaße

1,195 6,90 1,65 13,80 1,65 6,90 1195,

im ganzen 33,29 = 100 Fuß. Es ist also der Fall gegeben, daß man metermäßig mit den gleichen Zahlen die Rechnung bewältigt, die sich auf die Hauptzahl für die Fußrechnung stützt. Es ist auch sofort ersichtlich, daß

$165 = 5 \times 33 = 11 \times 55$; $3 + 3 = 6$; $1 + 6 + 5 = 12$; $1 \times 6 \times 5 = 30$.

Die Entwurfs- und erste Bestandeslänge des Domes betrug nachweisbar 300 Fuß. Diese machen 99,87 m aus und sind auf die zeichnerisch ersichtliche Art figuriert. Sie ist untrüglich, denn die weitere Rechnung bringt nur so für die Vierung das Maß 13,692 auf 13,80, das tatsächlich vorhanden ist.

Die volle Nutzung der Tangenten und gebundenen Sehnen ergibt ein erschöpfendes Diagramm für alle Ableitungen aus der 23. Ich kann hier auf seine Darstellung verzichten. Die fast wundersame Beziehung des Meters zum Fuß gründet zunächst in 1575 (Stadion) — 1545 = 30. Von den mannigfachen Zusammenhängen bringe ich diesen:

$$\begin{array}{r} 33{,}29 \\ -\,15{,}75 \\ \hline 17{,}54 \\ -\;\;8{,}66 \\ \hline 8{,}88 \end{array} \text{ aus } 1{,}732 \times 5 \qquad \begin{array}{r} 8{,}88 \\ -\,3{,}45 \\ \hline 5{,}43:3 \\ = 1{,}81 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1{,}81 \\ -\,1{,}195 \\ \hline 615:5 = 123 \end{array}$$

Auch die uns hier untergekommene 33 ist in vorderster Reihe des Zahlenprogramms. Die christliche Zeit hat sie wie schon erwähnt wegen des von Christus erreichten Alters als symbolisch vollkommen geschätzt, während die 30 das Auftreten Christi bezeichnet.

4. Bei Zerlegung der 28 spielt außer der 4, 7 und 14 die 11 eine akzessorische Rolle als 7 + 4, vgl. zur 11 auch das oben auf S. 240 Ausgebreitete.

Die Achtundzwanzig ist schon aus babylonischer Überlieferung eine Tummelzahl in allen Gassen. Ohne an sie zu denken, stellt Delitzsch in „Die große Täuschung" aus biblischen Nachrichten das Kontingent der angeblich vor Jericho gelegenen israelitischen Streitkräfte auf 531 150 fest. Ich beschränke mich auf ein einziges Experiment mit dieser Zahl:

$$\left.\begin{array}{rr} 80^3 \ldots & 512000 \\ 26^3 \ldots & 17576 \\ 11^3 \ldots & 1331 \\ 6^3 \ldots & 216 \\ 3^3 \ldots & 27 \end{array}\right\} \Sigma\ 531150$$

$$\begin{array}{l} \overline{126}\ \Sigma\ \text{d. Grundzahlen} \\ :4 = 31{,}5;\ \times 10 = 315 \\ \qquad 126 \times 2 = 252 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 80 - 26 = 54 \\ 26 - 11 = 15 \\ 11 - \ \ 6 = \ \ 5 \\ 6 - \ \ 3 = \ \ 3 \\ \hline 77 \end{array}$$

$$= 7 \times 11 = (7 \times 7) + (4 \times 7)$$
$$= 49 + 28$$
$$49 : 7 = 7 \qquad 28 : 7 = 4$$
$$4 \times 7 = 28; \quad 4 + 7 = 11$$

Ohne der erwähnten babylonischen Vergangenheit nachzugehen[1], kann man vielen heute noch erbschaftlichen Zahlendingen nicht gerecht werden. Der Weg führt in Astronomie und Astrologie. Voran steht die 12 des Tierkreises mit der Gradteilung $360 = 3 \times 12 \times 10 = 4 \times 90$.

Altbabylonisch ist schon die 7 als Glückszahl aus der Scheidung der Planeten in 3 + 4; die 12 teilt sich aus der Symbolik des Tierkreises in 5 + 7, sie ist außerdem $2^2 + 2^3$ und $3^1 + 3^2$. Den griechischen Standpunkt zur 7 zeigt Willmann also auf:

> Diesen, in die manigfachsten Verhältnisse verflochtenen Zahlen (er hat soeben die 6 als eigenartigste, weil gezeugte und zeugende Zahl gerühmt) steht die 7 wie einsam und unfruchtbar gegenüber; bei keinem Ansatz ist von ihr Gebrauch zu machen, das Siebeneck läßt sich nicht konstruieren. So konnte sie wohl ungezeugt und jungfräulich heißen. Nur auf die Eins wies sie bedeutungsvoll zurück, indem das lineare Mittel von 1 und 7 die inhaltsvolle 4 bildet; und so konnten die Pythagoräer der geistigen Einheit, als dem Führer des Alls, die Siebenzahl weihen und 1 und 7 als intelligible Zahlen ansehen[1].

---

[1]) Hierher genügende Aufschlüsse in dem kleinen Buch „Die babyl. Kultur" von Winckler, Leipzig 1912.

Aus 5×7 wird die 35 sofort bedeutungsverständlich, $35 \times 2 = 70 = 10 \times 7$. Die 5 spielt babylonisch aus 365 — 360: 360 und nicht 365 ist die bedeutsame Jahres-Urzahl. Dann kommt noch das Mondjahr mit 354 Tagen, und ganz besonders beachtlich ist die 28 auf 4×7 als „ausgeglichene Zahl des Mondumlaufs und von dessen 4 Vierteln".

Nicht zu übersehen ist die Teilung

$$28:2 = 14 = 1^2 + 2^2 + 3^2;\ 1 + 2 + 3 = 6$$

$$\text{Exponenten: } 2 + 2 + 2 = 6,$$

und $14 = 2^1 + 2^2 + 2^3 \ldots 6$ und 6.

5. Weiterhin steht vornean die 1001, an die man zu einfachst mit $1001 - 866 = 135$ geht. $135 - 69 = 66$. Die Ergebnisse zeigen, daß die 1001 einen Komplex hat, der stark auftritt. $1001:7 = 143$; dazu $1732 - 1575 = 157$; $143 + 157 = 300$.

Hierher gehört auch $1575 + 1732 = 3307$; das ist die spekulative Zahl, auf die man den Würzburger Dom später von 300 Fuß aus erstreckt hat.

6. Die Zahlengruppen aus dem von mir so benannten Goldenen Rechteck folgen unten (8).

7. Darauf hinzuweisen ist, daß man den Primzahlen besondere Vorliebe schenkte; daß die 13 und die 17 als Glückszahlen gelten, wobei es der 13 ging wie der Farbe Gelb, die vom Treue-Symbol ins Gegenteil geriet.

Eine Reihe von Zahlen erhielt ihre Bedeutung erst durch die merkwürdigen Ergebnisse, die beim Manipulieren mit ihnen auftraten.

Dahin gehört z. B. die $111 = 3 \times 37$, mit dem Bild CXI = je 1 Hunderter, Zehner, Einer.

$$37 = 6^2 + 1^2;\ 6 + 1 = 7.$$

Die 111 ist dezimalisiert: 10,0
1,0
0,1.

Als merkwürdig treten auch auf:

$$\frac{43}{57} = 100 \text{ und } \frac{53}{47} = 100;$$

es seien hier nur die einfachsten Dinge darüber gezeigt:

$43 = 3^3 + 4^2;\ 4 + 3 = 7,\ 3 + 2 = 5,\ 5 + 7 = 12;\ 5 \times 7 = 35.$
$47 - 36 = 11;\ 53 - 25 = 28.$
$57:3 = 19 = 12 + 7$ usw.
$9 = 1 + 3 + 5.$

Für Zusammensetzungen begab man sich in solche Lesungen:

$$13 = 2^2 + 3^2 = 1 + 2 + 4 + 6$$
$$17 = 2^3 + 3^3$$
$$\underline{31 = 2^2 + 3^3}$$
$$61 = 5^2 + 6^2;\ 5 + 6 = 11$$
$$31 - 13 = 18 = 2\ (1 + 3 + 5);\ \text{aber auch}$$
$$1 + 4 + 9 + 16 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30$$
$$1 \times 4 \times 9 \times 16 = 24^2 = 576;\ \text{siehe unten.}$$
$$1 \times 8 \times 27 = 1^3 \times 2^3 \times 3^3 = 6^3 = 216;\ :9 = 24;$$

ferner:

$$19 = 2^2 + 3^2 + (2 \times 3) \qquad 83 = 3^2 + 5^2 + 7^2$$
$$23 = 2^3 + 3^2 + (2 \times 3) \qquad 365 = 13^2 + 14^2$$
$$29 = 5^2 + 2^2 \qquad 13 + 14 = 27 = 3^3.$$
$$41 = 2^5 + 3^3 = 4^2 + 5^2.$$

Eine aus den Bearbeitungen gezogene Zusammenstellung mag hier folgen:

$12 = 2^2 + 2^3 = 3^1 + 3^2$	$83 = 3^2 + 5^2 + 7^2;\ 3 + 5 + 7 = \overline{15}$
$13 = 2^2 + 3^2$	$85 = 6^2 + 7^2$
$14 = 1^2 + 2^2 + 3^2$	$113 = 7^2 + 8^2;\ 7 + 8 = 15$
$17 = 2^3 + 3^2$	$117 = 6^2 + 9^2;\ 6 + 9 = 15$
$19 = 2^2 + 3^2 + (2 \times 3)$	$127 = 3^3 + 10^2$
$23 = 2^3 + 3^2 + (2 \times 3)$	$137 = 4^2 + 11^2;\ 4 + 11 = 15$
$29 = 2^2 + 5^2$	$145 = 8^2 + 9^2$
$31 = 2^2 + 3^3$	$146 = 5^2 + 11^2$
$32 = (18^2 + 9^2) - (7^2 + 8^2)$	$149 = 6^2 + 7^2 + 8^2$
$35 = 3^3 + 2^3 = 1^2 + 3^2 + 5^2;$	$156 = 12 \times 13$
$1 + 3 + 5 = 9$	$157 = 6^2 \times 11^2$
$41 = 2^5 + 3^3 = 4^2 + 5^2;$	$170 = 5^2 + 8^2 + 9^2;$
$4 + 5 = 9$	$5 \times 8 \times 9 = 360$
$43 = 3^3 + 4^2$	$174 = 5^3 + 7^2$
$51 = 3 \times 17;\ 17 = 2^3 + 3^2$	$179 = 3^2 + 7^2 + 11^2$
$53 = 2^3 + 3^2 + (2 \times 3)^2$	$194 = 5^2 + 13^2$
$58 = 3^2 + 7^2$	$293 = 6^2 + 7^2 + 8^2 + 12^2;$
$61 = 5^2 + 6^2$	$6 + 7 + 8 + 12 = 33$
$65 = 4^2 + 7^2$	$365 = 13^2 + 14^2.$

Besondere Zahlen muß man oft erschließen, z. B. die 137.

$$\sqrt{137} = 11{,}70;\ :3 = 39 = 3 \times 13.$$

Aus $61 = 5^2 + 6^2$ und $63 = 7 \times 9$ wird mit dem arithmetischen Mittel 62; $62:2 = 31$, siehe oben. Zur Gruppe gehört auch die 61,5 aus $(61 + 62):2$; $615:5 = 123$.

Fast stets hat man aus der Arbeit mit $252 - x$ und $315 - x$ Gewinn und besonders aus $252 + 315 = 567$; dann $567 - x$; die 567 führt zur Behandlung mit 111 und 123

$$111 + 123 = 234;\ 567 - 234 = 333\ \text{usw.}$$

Oft treten hartnäckig verschlossene Zahlen auf, deren man bloß durch Zufall Herr wird. Ich führe als Beispiel die 127 an, die blendet, aber nichts herzugeben scheint als $= 3^3 + 10^2$; $3 + 10 = 13$. Sie ist aber auch $63 + 64 = 7 \times 9 + 8 \times 8$, und sie bezeichnet einen ganz beachtlichen Komplex, der Erörterungen Raum gäbe. Der geklärte Zusammenhang ist der:

$$
\begin{array}{lrrrl}
\text{a)} & 3329 & 1597 & 433 & = 1732:4 \\
 & -\,1732 & -\,1575 & -\;\;22 & \\
\cline{2-4}
 & 1597 & 22 & 411; & :3 = 137 \\
 & & & & 137 = 4^2 + 11^2
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lrl}
\text{b)} & 1732 & 1905:15 \\
 & +\,0173 & = 127 \\
\cline{2-2}
 & 1905 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{lrl}
\text{c)} & 137 & 264:24 = 11 \\
 & +\,127 & \quad\;\; : 8 = 33 \\
\cline{2-2}
 & 264 &
\end{array}
$$

Mit Umgehung von Zwischenergebnissen sei angeführt: $1{,}27 \times 5 = 6{,}35 = \sqrt[3]{256}$; $256 = 16^2$.

Nicht selten muß man eine ganze Gruppe gegenwärtig haben, um auf den Grund zu kommen, so bei 105:

$$
\begin{array}{ll}
 & 35 \times 3 = 105;\; 105 \times 5 = 525 \\
105 = 1575:15; & 525:3 = 175;\; 105 \times 3 = 315 \\
 & \quad\;\, :7 = \;\; 75
\end{array}
$$

und $83 = 415:5$.

Die hier gebrachten Proben können, wie oben bemerkt, nicht annähernd ein Gesamtbild geben oder eine Methodik bezeichnen. Die egotistische Geheimnissucht verwies, über die euklidischen Wahrheiten hinaus, die Bearbeiter ins Individuelle. Aber den Weg glaube ich aufgezeigt zu haben, der gute Rechner mit festem Zahlengedächtnis (zu denen ich nicht mehr gehöre) auf eine reiche Weide führen kann.

Die Ausweise bei den Einzelbearbeitungen sind besser unterrichtend, weil sie die Beispiele aus der Anwendung zeigen.

Hroswith v. Gandersheim schrieb um 970 eine Art Drama „*Hadrianus*", in dem sie die Zahlenmanie behandelt. Gleich der Herrad weiß sie Bescheid mit den vollkommenen und sonstigen Zahlensorten. Der Kundigere prüft vielleicht alle Sorten aus den Steinen heraus, die noch reden. Und auch der Tadler möge sich Platos erinnern, der in seinem Staat die Regulierungszahl für das Heiratswesen (es handelt sich ums Problem der wirtschaftlich möglichen Volkszahl) auf 3600^2 bestimmt und das ausdeutet mit $3^4 \times 4^4 \times 5^4$; $3 + 4 + 5 = 12$ und $4 + 4 + 4 = 12$.

Da die Mönche die Zahlen römisch schrieben, liefen auch aus deren Buchstabeneigenschaft Spielereien unter. Bei der skrupellosen Schmiegsamkeit aller abergläubischen Dinge an Greifbares hat man die X = Zehn einmal römisch als X und dann wieder griechisch als Ch = Chi lesen können, zumal ja beide Sprachen längst gleichwertig neben einander liefen. Dabei gab sich noch das Hundertzeichen C als einstelliger Anfang für den Namen Christus. Man stellte alle Zeichen fröhlich nach Bedarf um.

So konnte man aus der (gutartigen) Zahl 17 = XVII den Seufzer VIXI *vixi* lesen[1].

Ausgiebiger ist das folgende:

Der Wahlspruch *Christus Lux* — *Christus Dux* läßt sich zahlen-buchstäblich also an:

$$\left.\begin{array}{l}\text{aus } 165 = \text{CLXV}\\ \text{und } \ \ 75 = \text{LXXV}\end{array}\right\}\ \textit{Christus Lux},$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{aus } 615 = \text{DCXV}\\ \text{und } 525 = \text{DXXV}\end{array}\right\}\ \textit{Christus Dux}.$$

Die 515 = DXV alias: *Dux* hat ihre große Bedeutung in den angelegten Normen.

Natürlich hat das Spiel bloß Sinn, wenn aus den Zahlen etwas herauszuholen ist, und das trifft zu.

a) $165:5 = 33 = 3 \times 11$
$615:5 = 121 = 11 \times 11$
$33 + 121 = 154;\ :2 = 77 = 7 \times 11;\ 11 - 7 = 4$
$7 \times 4 = 28.$

b)
$$\begin{array}{r}165\\ 615\\ \hline 780\end{array} \qquad 780 = 6 \times 130 \qquad 130 = \begin{cases} \ldots 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 \ldots & 30\\ \quad + 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 \ldots & 100\end{cases}$$

c)
$$\begin{array}{r}525\\ -\ 75\\ \hline 450\end{array} \qquad \left.\begin{array}{r}:5 = 105\\ :3 = 25\end{array}\right\}\ 130, \text{ siehe oben.}$$

Es steht auch fest, daß man Quersummen nach dem gesprochenen Bild rechnerisch umlegte, wie wir es heute aus unserer Schreibweise schlechthin tun. Die sog. arabische Ziffernlesung war dem Wesen, wenn auch nicht den Zeichen nach, sicher geläufig, der Umschwung im späten 14. Jahrhundert[2] war selbstverständlich längst vorbereitet. Vergleiche zur berühmten 123 die Querlesung 6 und das altgeläufige Quadrat

$$\begin{array}{ccc}1 & 2 & 3\\ 2 & 2 & 2\\ 3 & 2 & 1\end{array}$$

mit sämtlichen Quersummen zu 6 und den Diagonalsummen = 12; daneben auch 615 — 123 = 492; :4 = 123.

Dann haben sämtliche Lesungen *Christus Lux* — *Christus Dux* die Quersumme 12, d. i. die uralte heilige Sonnenzahl, zu der Nimbus und Sechseck beizuholen und die Christusforschungen heutiger Zeit zu vergleichen sind, die damit auf

---

[1] Auf diesem Gebiet ist noch vieles zu entschleiern. Die Studien und Forschungen dazu sind aber eine Sonderbeschäftigung, die sich der Verfasser nicht leisten kann. Das Arsenal von Ziffern war auch von dem sehr verschieden, das uns aus den einfachen Antiquarien geläufig ist.

[2] Die ersten arabischen Ziffern sollen bei uns schon 1208 auftauchen.

Abwege geraten, die Person für mystisch und ideell aus dem Sonnenheilswesen vererbt erklären.

Es liegt vieles im Schutt, weil die Überlieferung schweigt. Wäre es anders, so hätten wir minder mühsame Wege in die Erkenntnisse.

Zu der oben erörterten Zahl aus der Jericho-Legende will ich noch die 276 aus der Apostelgeschichte stellen. Das ist die Anzahl der Schiffsinsassen, die Paulus auf wunderbare Art nährte. Die Zahl ist sicher gewählt, weil sie als besondere im Lauf war. Sie tritt auch in den Planungen auf.

Die Prüfung bringt:

$$2{,}7589 \sim 2{,}76 = \sqrt[3]{21};\ 276:4 = 69;\ :3 = 23$$

$$276:12 = 23 = 3^3 - 2^2$$

$$5 \times 69 = 345;\ 345 - 111 = 234;\ - 111 = 123.$$

Überhaupt: Nimmt man die Zahlen der Bibel vor, zumal die über das Alter der Patriarchen, so kommt man auf Erschließungen, die sämtlich in die seitherigen Erörterungen einschlagen.

Auf die Forterbung des Zahlenglaubens in der Alltagsrede und im Aberglauben will ich hier ohne Erörterung nur hinweisen.

Fruchtbarer sind Rückblicke, die ich auch beschränke und nur auf die gewalttätige $41 \times 3 = 123$ anstelle.

Da gibt die alte Soester Rechtsordnung die Weisung: Es soll der Richter auf seinem Richterstuhl sitzen als ein grisgrimmender Löwe, den rechten Fuß über den linken geschlagen, und wenn er aus der Sache nicht recht kann urteilen, soll er sie hundertunddreiundzwanzigmal überlegen.

Kaiser Leopold I. schickt der Pforte einen Grafen Öttingen als Gesandten, der ein Gefolge von 354 Personen in 41 Schiffen hat. Die 354 ist die Zahl der Tage des altverschollenen Mondjahres, wir stoßen ihr gleich unten als 3×118 aus dem goldenen Schnitt auf. $41 \times 3 = 123$.

Der (nichts weniger als abergläubisch befangene) Fürstbischof Julius Echter zu Würzburg, † 1617, pflog mit Gefolgen von 41 Pferden auf repräsentative Ritte zu gehen. Es ist fraglich ob er wußte, daß das Schloß Marienberg, auf dem er residierte, aus dem Kreishalbmesser von 123 Fuß angelegt war. Aber auf dem Schloßberg hat er eine Säule, die nach meinen Messungen und Rechnungen ein Hauptorientierungsmittel für das Stadtplannetz aus dem 11. Jahrhundert ist und auch den Dom in ihm ordnen half, dadurch dem Verfall entgegen, daß er einen Bildstock aus ihr machte, der, über alle Fährnisse des Schwedenkriegs, der Neubefestigung und der napoleonischen Besetzung weg, noch heute steht, also sehr dauerhaft gegründet sein muß. Ob man zu Julius Zeit noch alte Pläne hatte, und ob er um die Bedeutung des Steines wußte?

Anno 1732 ff. ist in Nürnberg eine Buchreihe von Johann Jacob Schübler erschienen, *Partitio Amae* (das schönste Exemplar hat die Universitätsbibliothek in Jena), das sich mit einem richtigen Zahlenzauber, auch astrologisch, befaßt, dabei aber eine ganz ansehnliche Zahlenmenge unseres Bedarfs herausstellt. Der Mann hat, wohl neben Eigenem, sicher viel Überlieferung genützt.

Es fragt sich, ob der berühmte Würzburger Hofarchitekt Balthasar Neumann dies Werk gekannt hat. Er soll, nach Untersuchungen empirischer Art, die Zahl 123 genützt haben, ich bin der Sache nicht nachgegangen. Sein Taufpate war ein Jesuit, und da in Eger, woher er stammt, die bessere

Erziehung sicher auf der Lateinschule der Jesuiten geholt wurde, hat er wahrscheinlichst diese besucht und dort auch Kenntnisse geholt, die sonst nicht bereit standen. (Sein Emporkommen aus dem Dienst als Artilleriekencht ist ein einfältiges Märchen.)

Danach käme sein Wissen von den Kräften der Zahlen aus Überlieferungen, die von den Benediktinern an die Jesuiten gegangen sind. Von ihnen, bei gleichem Umweg, hatten wohl auch die Franzosen ihren Eratosthenes.

8. Die Irrung vom Goldenen Schnitt. Franz Xaver Kraus ist ihr mit Entschiedenheit entgegengetreten, und leider nicht breit genug in die Kenntnis ist die vortreffliche Schrift des Professors Sonnenburg in Bonn[1] gedrungen, die mit diesem schwachen Einfall des romantischen 19. Jahrhunderts gründlich aufräumt. Wer lang genug allüberall von der nahezu weltmoralischen Bedeutung des Goldenen Schnittes und seiner Erscheinungs-Zauberkraft in der Baukultur gelesen hat, wird ja baß staunen, wenn er inne wird, daß all diese Auswirkung fiktiv ist, daß die Arbeit mit dieser Linienteilung den Alten, dem Mittelalter und der Zeit nach ihm fremd war. Erst der Münchener Professor Zeising[2], um 1850, hat dieses nicht bestehende „ästhetisch-morphologische Proportionalgesetz für Natur und Kunst" mit dem anscheinenden Erfolg der Unausrottbarkeit propagiert. Er soll allerdings in nachdenklichen Stunden selbst nicht daran geglaubt haben.

Dagegen handelt es sich für uns in greifbarer Art um die Nutzung der auf Tafel II, zweite Reihe, gezeigten Kreiseinbauten. Es ist die bekannte elementare Auskunft zur Gewinnung der Zehnecksseite S_{10}, die dann im Kreis ein Rechteck bestimmt. Aus den einfach rechenbaren Winkeln ergeben sich bei $r = 1$ die Seiten 0,786 und 1,2723 nach der Tangententabelle. Mit den Wechselbeziehungen wird gearbeitet wie mit 1,732, ich habe schon erörtert, daß die Architekten der Zeit ein Dreiecksinstrument gleich dem diagonal-gehälfteten Rechteck benutzt haben müssen, und ich tue es auch.

Daneben habe ich allerdings die dem Goldenen Schnitt, dritte Reihe links, zugehörigen Teilungszahlen $0{,}618 + 0{,}382 = 1{,}000$ und damit r_{10}, teils allein, teils in Abwandlungen mit den obigen Rechteckszahlen, vielfach als Auskunfts-, d. h. Erfüllungszahlen feststellen müssen. Sie gehören zum Unentbehrlichen. Die 618 stellt sich natürlich auch ohne die Teilung nach dem sog. Goldenen Schnitt ein, und die 382 mit bezug auf

---

[1] Programm des Königl. Gymnasiums zu Bonn 1881. Ich habe dem gegenwärtigen Leiter dieses Gymnasiums für Spende dieser Schrift an dieser Stelle verbindlichst zu danken.

[2] In Ein Jahrhundert München von Wolf, 1921, wird er geradezu der Entdecker des Schönheitsgesetzes vom Goldenen Schnitt genannt. Dem ist freilich nicht ganz so.

1000. Die Symbolik und die örtlichen Stellen ihrer Geltung habe ich oben eingehend erörtert.

Der zugehörige Zahlenpark ist umfänglich und hier nicht erschöpfend zu erörtern; nur das Nötigste:

$$\begin{array}{r} 0{,}618 \\ 0{,}382 \\ \hline 1{,}000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}618 \\ -0{,}382 \\ \hline 0{,}236 \end{array} : 2 = 0{,}118 : 2 = 59$$

$$118 \times 3 = 354 \text{ (Mondjahr, Babylon).}$$

$$\begin{array}{r} 618 \\ -354 \\ \hline \end{array} = 264 : 8 = 33.$$

$$\begin{array}{r} 618 \\ -165 \\ \hline 453 \end{array} : 3 = 151 \qquad \begin{array}{r} 151 \\ -1195 \\ \hline 315 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 618 \\ -123 \\ \hline 495 \end{array} : 5 = 99 : 3 = 33$$

$$\begin{array}{r} 786 \\ -236 \\ \hline 550 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 786 \\ -382 \\ \hline 404 \end{array} = 165 + 239;\ 2{,}39 = 2 \times 1{,}195$$

$$55 \times 3 = 165$$

$$\begin{array}{r} 165 \\ +23 \\ \hline 395 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1001 \\ -395 \\ \hline 606 \end{array} : 2 = 303 = 1{,}38 + 1{,}65;\ 1{,}38 = 6 \times 23$$

$$\begin{array}{r} 866 \\ -395 \\ \hline 471 \end{array} : 3 = 157 = 1732 - 1575 \text{ usw.}$$

*

Man kann füglich die Erörterung verlangen, wie es kam, daß den Benediktinern im Verlauf des 13. Jahrhunderts das Monopol entglitt, und damit auch ihr Zahlenkult versank.

Ich habe schon von der Vorliebe Friedrichs II. für die Zisterzienser gesprochen, die mit Nachdruck die Überleitung zur Gotik und ganz andere Bausitten ins Land brachten, freilich nicht allerwärts gleich rasch. Aber auch andere Observanzen kamen nun höher als ehedem, und sie werden sich, zu mal bei ihren Zusammenhängen mit dem italischen Bauwesen, nicht mehr sonderlich um das quasi aristokratisch-benediktinische gekümmert haben.

Aufräumende Ursachen kommen aber nie allein. Die Sache lag so, daß das Spätromanische mit seinem gehöhten Bedarf an Gefälligkeit und Dekor freischaffende Werkleute über die Grenzen geholt hatte, deren Tätigkeit die ehedem gestaltenden, bindenden Grundlagen nicht achtete und sich schließlich diese selbst nahm. Die Wölbkunst verlangte besonders geschulte Spezialisten, die natürlich auch in die statischen Bedingungen eingriffen, ohne die sie der Sache nicht sicher waren. Und als die Gotik endlich breit in der Pforte stand, war es vorbei. Denn ihre reichen Nebengliederungen schlossen sich gleichwertig um die Kerne und stellten den Zirkel über die Rechnung; so gründlich, daß Bauentwerfer und Bauleiter samt Werkmeister in eine persönliche Einheit zusammentreffen mußten. Dieser Mann kam nicht vom Quadrivium her, sondern vom klirrenden Meißel, und er schwang den Zirkel lieber auf dem geglätteten Brett und Block, statt ihm die Bahn auf dem Pergament rechnerisch zu weisen. Er kannte die Vielecke, die heiligen Zahlen und die bedeutsamen des Kirchenjahres, aber er war kein Philosoph der Zahl, sondern der Praktiker des Zollstabes.

Tatsächlich wird von da an die Analyse auf die seitherigen Methoden zum ratlosen Versuch am ungeeigneten Objekt.

Anhang.

Ich habe in voller Beweisdeutlichkeit folgende Bearbeitungen fertiggestellt:

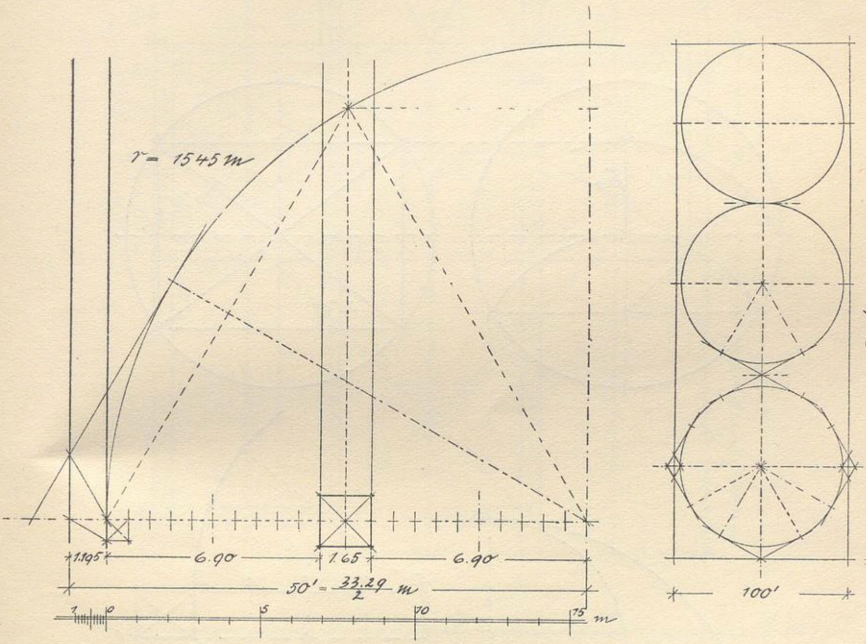
1. Den Stadtplan von Würzburg, wie er unter dem großen Salier Bruno bestanden haben muß, einschließlich der späteren Burganlage auf dem Berg.
2. An Würzburger Kirchen: Dom, Neumünster, St. Burkard, St. Jakob, die Rundkirche auf dem Berg, den Deutschhausturm.
3. An Würzburger Profanbauten: Die Befestigung bis ins 14. Jahrhundert, den Grünen Baum, die Portale der geistlichen Höfe, den (nicht kirchlichen) Schatzbau im Hof Ussigheim.
4. Die Kirchen: St. Gallen (nach dem Plan), Steinbach i. O., Lorsch als Bruchstück samt Torhaus, Limburg i. d. Pfalz, (Neu-) Hersfeld, Paulinzella i. Th., Speyer-Dom, Lund-Dom, Dom zu Erfurt, zahlreiche Klein- und Stiftskirchen des altunterfränkischen Landgebietes.

Da auf diesem Forschungsgebiet die Tat für mich voransteht, hat meine weitere Arbeit die mit Zeichengerät und Rechnung zu sein. Die gründlichere Aufdeckung der Quellen und geschichtlichen Zusammenhänge sei indes der Anteilnahme ordenskundiger Gelehrter überlassen.

* * *

Tafel I.

Längen-, Breiten- und Querteilungssystem des Domes zu Würzburg.

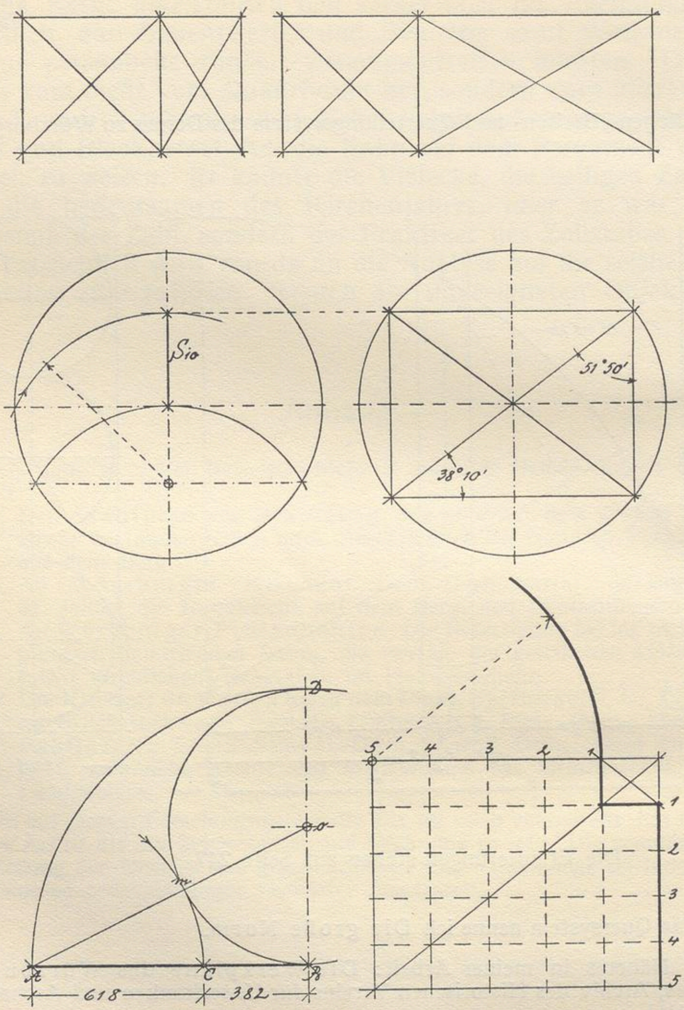


Die Erläuterungen stehen auf Seite 247.

Das Quersystem nenne ich Die große Norm.

I. Näheres in meiner Arbeit: Die Werkpläne des Würzburger Domes, Archiv des Historischen Vereins für Unterfranken und Aschaffenburg, VII.

Tafel II.



Erste Reihe. Stets auftretende Figuren, die ich das Kleine und das Große gute Rechteck heiße.

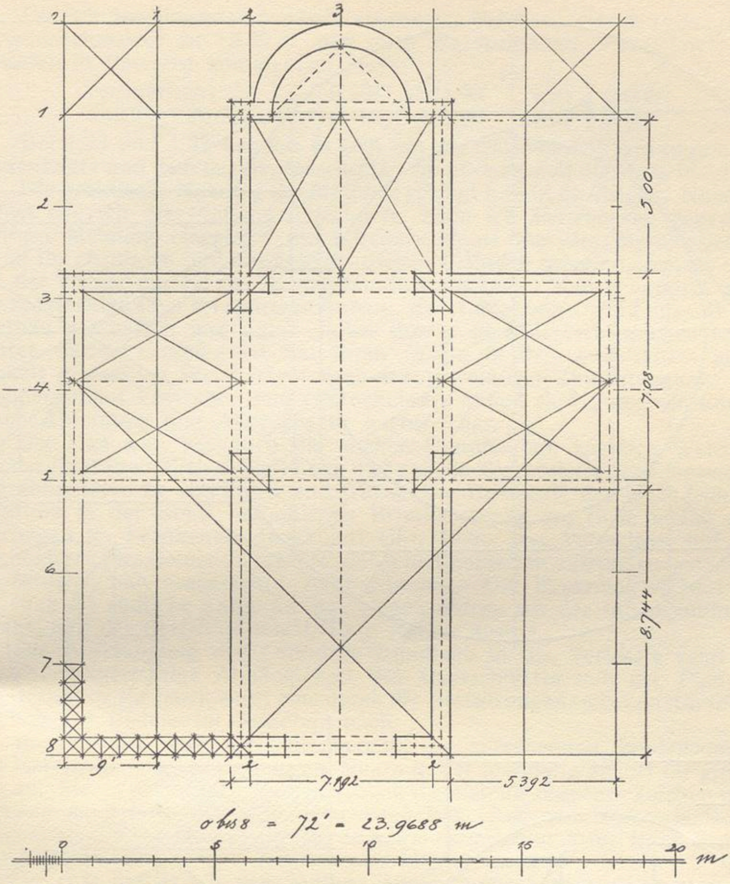
Da die Bestimmungen aus den Diagonalwinkeln nicht genügen, hat man, bei Länge L, Quadratseite X und $N = 1{,}732$ die Auflösung

$$L = X + X : N \text{ und } L = X + NX.$$

Zweite Reihe und dritte links. Erläuterungen auf Seite 254.

Rest. Streckenteilung, hier der Rechtecksseiten je mit 5, so daß die Teilungen sich in den Diagonalen kreuzen. Das Beispiel gehört der in der ersten Hälfte des 11. Jahrhunderts erbauten Burkarduskirche in Würzburg an. Die Teilung bestimmt die Schiffslänge.

Tafel III.



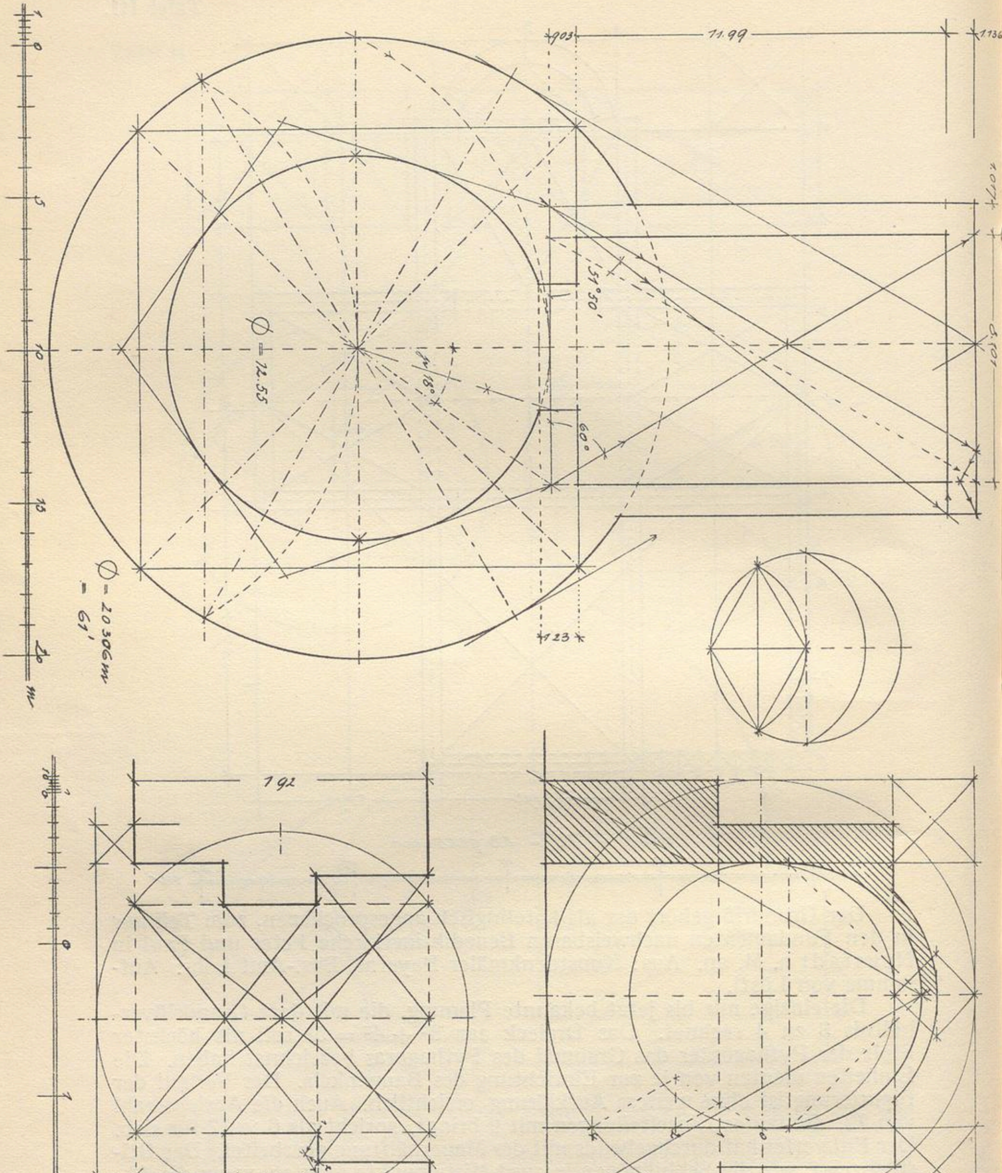
Der Grundriß gehört der als karolingisch angesprochenen, zum Teil nur in den Fundamenten nachweisbaren Benediktinerkirche Peter und Paul in Neustadt a. M. an. Aus: Kunstdenkmäler Bayerns, Bez.-Amt Lohr. Aufnahme von Lösti.

Die einzige mir bis jetzt bekannte Planung, die mit dem Grundrißverhältnis 3 zu 4 rechnet. Das Dreieck aus $3^2 + 4^2 = 5^2$ soll als höchster Stolz der Pythagoräer das Grabmal des Pythagoras bezeichnet haben. Die Einheiten dienten von je zur Einrichtung des Bauwinkels. Der Verlauf der Figurierung ist ohne weitere Aufklärung ersichtlich. Auch die Absichtszahl von 72, die lauter Einzelteilungen mit 9 bringt, spricht als 6×12 für sich. Der Entwerfer hat durchgehends mit der Mauerhälftung gearbeitet. Das Beispiel zeigt, wie die Schlußbögen in zwei Mittelpunkte geraten, wenn die Absichtslänge beibehalten und die Aufteilung von Westen her ihr nicht restlos zu Dienst ist. Natürlich ist auch der Ostschluß zahlengerecht gelöst, der Maßstab ließe aber die Eintragung unklar erscheinen.

Zahlen	Die errechneten:	7,192	5,392	8,744	7,08	4,999
	Die amtlich festgestellten:	7,20	5,40	8,75	7,06	5,00

Symbol-technisch würden die Querhausflügel als Seitenchöre angelegt sein. Das einfache Beispiel ist von besonderer Klarheit.

Tafel IV.



1. (unten). Die M a r i e n k i r c h e auf dem Marienberg ob Würzburg. Kunstdenkmäler Würzburg. Aufnahme von Weysser.

Der Durchmesser des Außenkreises beträgt 61 Fuß aus $5^2 + 6^2$; hiezu

$$\left.\begin{matrix} 5 + 6 = 11 \\ 5 \times 6 = 30 \end{matrix}\right\} 41; \ \times 3 = 123.$$

Die Schlüsselung nach den Erörterungen zu Tafel II ergibt den genauesten Innendurchmesser zu 12,55 m, den auch die Aufnahme verzeichnet. Die weiteren in Betracht kommenden Maße:

rechnerisch:	8,101	11,99	1,23	0,903
amtliche Aufnahme:	8,10	12,00	1,27	0,90

Bei 1,23 und 1,27 handelt es sich um die Umsicherheit aus einer neuen Stufenkante und dem Segmentanschnitt. Im übrigen sind die Maße identisch.

Die praktische Nutzung der Methode springt hier in die Augen. Nämlich: Schon ehe ich die Planung berechnete, habe ich Verwahrung gegen die konfuse Meinung eingelegt, die Kirche stamme aus der Merovingerzeit. Es ist ihr abzulesen und mit geschichtlichen Gründen belegbar, daß sie nicht vor der Wende des 12. ins 13. Jahrhundert entstand. Man behauptet auch, der rechteckige Chor sei späterer Anbau. Er ist aber von Grund aus mit dem Erstbau geschaffen und unter Julius Echter bloß in Nebensachen umgestaltet. Seine Einseitigkeit hat ihren Grund in dem südwestlich eingewinkelt gewesenen Wendelstein nach dem ehemaligen Zinnenumgang. Das Treppengehäus kam über dem Gestockabsatz außen zum Vorschein und ist durch Abbildung und Abbruchspur nachweisbar.

Der Bau war, wie auch die Michels-Rundbauten, zugleich Wehrbau. Mit der fürstbischöflichen Hofkirche hatte er die Eigenschaft der Eingeweide-Begräbnisstätte zu verbinden und trat so die Erbschaft der beim früheren Palatium in der Stadt befindlichen Bricciuskapelle an, siehe meine Ausführungen im Frankenbundwerkblatt Okt. 1928. Der Verfertiger hat sein Zeichenwerk fürs Goldene Rechteck gleich im Choranbau mitspielen lassen, um die östliche Innenwagerechte zu bestimmen. Die Rechnung stimmt dahin, daß die südliche Zarge um ihre eigene Stärke aus der Innensymmetrie weicht, und der Ostschluß um 0,119 m stärker ausfiel.

Die Aufklappung der Grundriß-Grundlage in die Vertikale zeigt die einfache, folgerichtige Abhängigkeit des Querschnittes von der Planung. Die Rechnung für jenen weist eine durch die Bestattungen selbstverständliche Hebung des Bodens im Rundbau nach.

Im Grundriß wird der Linienhergang zur sprechenden Symbolsumme. Der Halbmond ist Maria eigen, die Raute in der Mandorla gehört ihr gleichfalls zu. Sie ist das uralte Uterus-Symbol, das sich als obszönes Zeichen noch heute in ganz Mitteldeutschland erhalten hat. Aus dem ambrosianischen Lobgesang: *Tu rex gloriae, Christe, tu patris sempiternus filius, tu ad liberandum suscepturus hominem, non horruisti virginis uterum.*

Die Planung ist aus dem antiken Süden eingewandert gleich zahllosen andern. Da ich den ganzen Bau in einer Sonderschrift behandle, genügt das Vorstehende den Zwecken gegenwärtiger Arbeit.

2. Dom zu Würzburg. Die in den südlichen Querschiffanbau im ausgehenden 12. Jahrhundert gesetzte Tür.

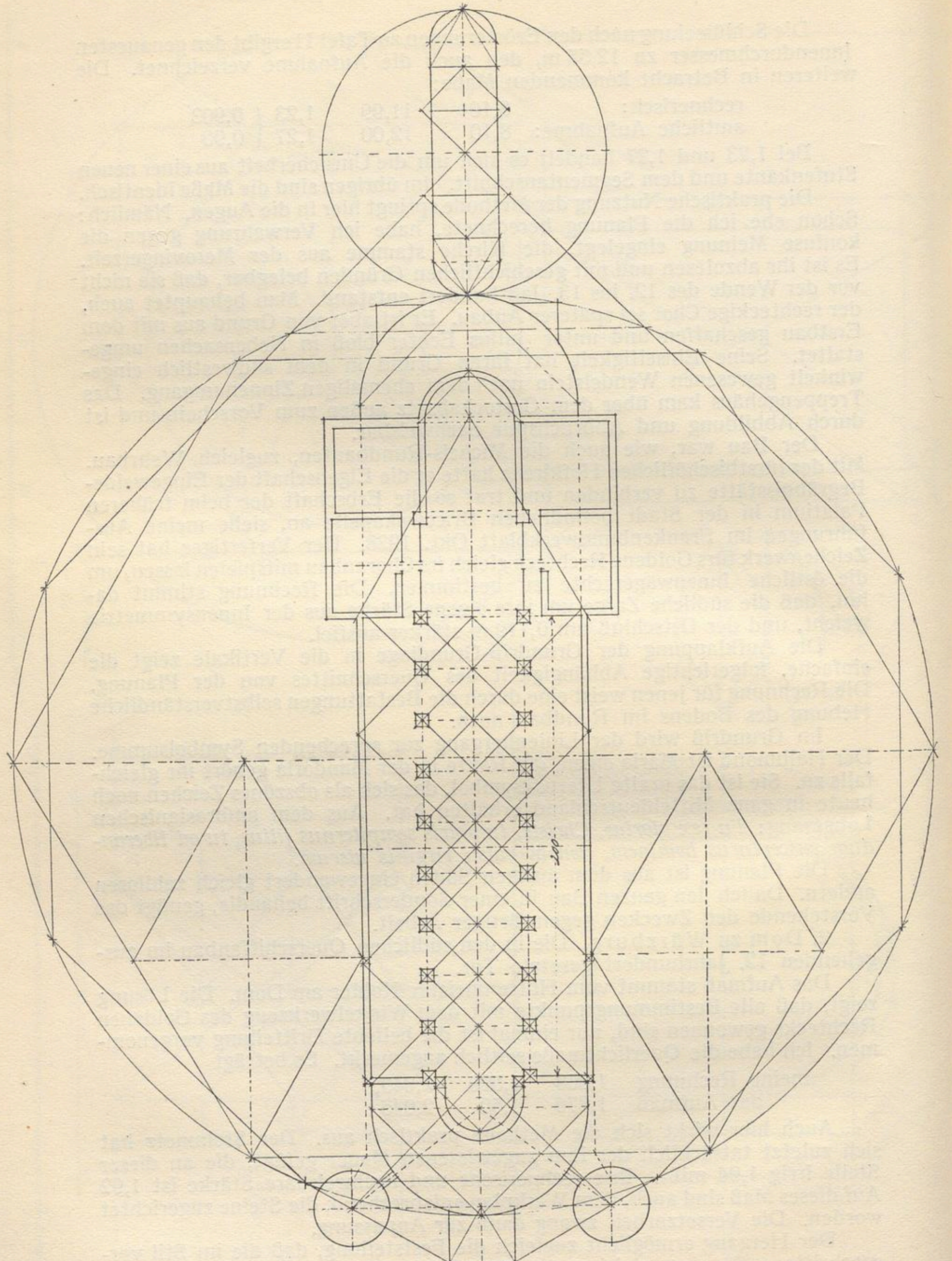
Das Aufmaß stammt vom Hüttenmeister Kohler am Dom. Die Lösung zeigt, daß alle Bestimmungspunkte mit dem Winkelwerkzeug des Goldenen Rechtecks gewonnen sind, nur einmal ist die beliebte Dritteilung vorgenommen. Ich habe die Querlichtmaße seitlich angemerkt. Es beträgt

meine Rechnung	1,868	1,509	2,045,
das Aufmaß	1,876	1,50	2,045

Auch hier wirkt sich die Methode praktisch aus. Der Steinmetz hat sich zuletzt tatsächlich der ihm zugewiesenen Mauer gefügt, die an dieser Stelle irrig 1,94 mißt. Ihre rechnerische und nachweisbare Stärke ist 1,92 Auf dieses Maß sind auch, dem Werkplan entsprechend, die Steine zugerichtet worden. Die Versetzarbeit zwang dann zur Anpassung.

Der Hergang ermöglicht zugleich die Feststellung, daß die im Stil vorgeschrittene Tür dem gleichen überrheinischen Mann zuzuschreiben ist, der die zum großen Saal im Grünen Baum entworfen hat. Die gleichzeitigen Bauverantwortlichen am Dom zeigen keine solche Trefflichkeit und halbfranzische Gereiftheit.

Tafel V.



Sankt Gallen. Original in der dortigen Stiftsbibliothek. Die Benützungspause ist über dem bekannten Faksimile von Keller gefertigt. Zu vergleichen die photographische Wiedergabe in Henne am Rhyns Kulturgeschichte. Das Beispiel hat besondere Beweiskraft durch die Umstände. Es stellt sich bei der Analyse heraus, daß es äußerst genau gezeichnet ist, und daß die vernähte Kuhhaut trotz Zeit und Einflüssen zuverlässig geblieben ist. Man rechnet mit der Zeit um 820 und mit der Anfertigung in Fulda. Das kann stimmen, wir wissen z. B., daß dort der karolingische Abt Egil baubeflissen war und eine ganze Schachtel voll elfenbeinerner antiker Kapitellmuster hatte.

Daß sich das hochbedeutende Kloster Sankt Gallen an ein auswärtiges um Beschaffung eines Neubauplanes wendet, könnte befremden. Aber das beweist im Gegenteil wie kaum etwas anderes das benediktinische Monopol. Die ersten Sankt Galler neigten als Iro-Schotten bis auf Bonifatius weniger zum benediktinischen Claustrum als zur zusammengefaßten Einzelsiedlung, etwa wie die Spätpythagoräer auf christliche Art, in einer Art Dorfgemeinschaft. Bonifatius steuerte das iroschottische Zönobium in die benediktinische Observanz; da er bald starb, kann man sich mit der Umgestaltung wohl Zeit gelassen haben. Als es dann ernstlich an die umfängliche Neueinrichtung mit einem Großkirchenbau ging, war man, ohne die altbenediktinischen baukundliche Überlieferung, des Unternehmens nicht Herr und wandte sich an eine zuverlässige Stelle, um auch mit den benediktinischen Baumitteln vollgültig in den Ordo einzurücken.

Die Untersuchung des Planes zeigt, daß seine Größen ganz wahrscheinlich sind. Es kommt eine Langhausbreite von genau 100 Fuß heraus, die auch der spätere Dom in Würzburg hat. Die Verhältnisse sind wohl recht ansehnlich, aber warum nicht, wenn eine Abtei landbeherrschende Bedeutung hatte.

Daß man sich mit der Ausdeutung des Planes fruchtlos herumschlug, kommt vom Inskript: Von Osten bis Westen Länge 200 Fuß. Es bezieht sich nicht auf die ganze Erstreckung, sondern auf das Kerngebilde der Planung, das Haus. Weiß man das erst, und setzt statt des im Land nie gültigen römischen Eigenfußes den benediktinischen mit 0,3329, so ist mit einem Schlag alles in Ordnung. Der Originalmaßstab beträgt 1:216, d. i. $6 \times 6 \times 6$, die Kellersche Reproduktion 1:275.

Der sehr genau gezeichnete Plan, in dem selbst die Mauerstärken genauestens stimmen, zeigt keinerlei Entwicklungslinien. Der Fertiger hat sie geheim gehalten und nicht einmal seinem Konfrater anvertraut, dem Inskriptor, der auch die Hexameter verfaßte. Aus dieser personalen Teilung stammt die planmäßige Unzuverlässigkeit der Beschriftung.

Beweist diese Unstimmigkeit die von mir behauptete strengste Geheimwirtschaft im esoterischen Planungsbetrieb (der ganz den altpythagoräischen Gepflogenheiten entspricht), so ist auch das Erfüllungswesen innerhalb einer gewollten, hartnäckig gewahrten Erstreckung ersichtlich. Denn der Grundkreis hat genau 400 Fuß[1] Durchmesser, in ihm kombinieren sich Sechs- und Achteck, sein Zwang bestimmt auch noch die anstoßende Kirche für die Infirmen. Die Bögen, die den Durchmesser schließlich zu erfüllen haben, sind alle um ein gutes Stück gestelzt, immer wieder der Zahl zulieb.

Die hier gebrachte Kopie gibt alle nötigen Hauptaufschlüsse. Man sehe, wie der Einbau aus dem Sechseck in den Kreis die Mauerstärken des Langhauses mitbestimmt, für deren Maß sich dann noch andere Kontrollen einfinden.

Ich habe den Plan über der Kellerschen Wiedergabe und der Rhyn'schen Photographie bis ins kleinste durchgearbeitet. Es ist mit meinen Grundmitteln ein leichtes, sich auch in scheinbare Unverständlichkeiten der Darstellung zu finden. Ich muß aber bei dem hier gewiesenen Maßstab und dem mir gesetzten Raum auf umfänglichere Aufschlüsse verzichten. Kennern steht meine Mappe zur Verfügung.

[1]) gleich 2×200; wie klar und einfach!